Cuadernillo II

¿Qué aprender para este viaje?

Formación específica

Profesorado en **Física**

AUTORIDADES

RECTOR: Prof. Cristian Barzola

DIRECTORA: Prof. Andrea Calvo

REGENTE: Prof. Miguel Sarmiento

JEFATURAS

Jefe de Investigación: Prof. Patrick Boulet

Jefe de Capacitación, Actualización y Perfeccionamiento Docente: Prof. Alejandra Sosa

Jefa de Formación Inicial: Prof. María de los Ángeles Curri

CONSEJO DIRECTIVO consejeros

Profesores Titulares

Muñoz, Sergio; Arrieta, Nélida; Paparini, Claudia; Márquez, Ignacio

Consejero egresado: Prof. Mario Correa

Consejero No docente: Srta. Carina Escudero

Consejero Alumnos Titulares:

Martínez, Pablo; Lombardo Sonia

COORDINADORES DE CARRERAS

Profesorado en Lengua y Literatura: Prof. Dra. Celia Chaab

Profesorado de Educación Primaria: Prof. Gabriela Diaz

Profesorado de Educación Inicial: Prof. Mónica Flores

Profesorado de Biología: Prof. Ana Carolina Huczak

Profesorado en Matemática: Prof. Juan Crespo

Profesorado en Artes Visuales: Prof. Andrea Mazzini

Tec. Sup. En Producción Artística Artesanal: Prof. Nuria Armesto

Profesorado en Educación Especial: Prof. Gabriela Segura

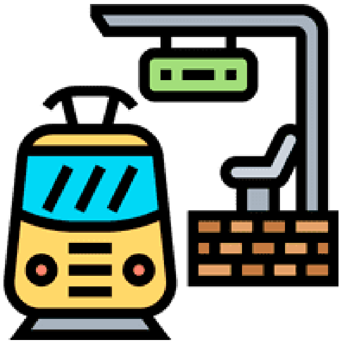
Profesorado de Química: Prof. Carina Bottari.

Profesorado de Física: Prof. Valeria Manzur

Coord. De Práctica Profesional Docente de PEI, PEP y Artes Visuales: Prof. Fanessi, Alfredo

Coord. De Práctica Profesional Docente de Profesorados de Secundaria: Prof. Castillo, Rosana

ÍNDICE



Estación 3:

¿Qué aprender en el este viaje?

Aprendizajes de la formación específica.

COLABORADORES

Lic. Valeria Manzur

Prof. Enrique Arnold

Prof. Rodolfo Avaca

Prof. Leonardo Bianchi

Prof. Carina Bottari

Prof. Jorge Mario

1. INTRODUCCIÓN

El ingreso a la educación superior, en este caso a la carrera del Profesorado de educación Secundaria en Física, marca el comienzo de una etapa de la vida que se caracteriza por una mayor participación en la toma de decisiones. Ser estudiante es una elección personal en la mayoría de los casos.

Si en todos los momentos de la vida académica los estudiantes deben asumir el protagonismo en su aprendizaje, en la vida institucional, ese posicionamiento es indispensable y se hace extensivo a todos los ámbitos de la participación estudiantil.

Consideramos que es importante desarrollar situaciones de aprendizaje que fortalezcan los conocimientos y capacidades académicas para transitar los primeros pasos en el nivel superior, por ello insistiremos en el desarrollo de capacidades como: comunicación, resolución de problemas, aprender a aprender, etc. Ya que estos dominios, son las base para manejarse con soltura en todas las disciplinas de la formación inicial; tanto los espacios de la formación general como de la formación específica.

Las actuales circunsatacias epidemiológicas hicieron repensar y reinvetarlas estrategias a la luz de las circunstancias actuales, tenemos el objetivo de generar un encuentro con las herramientas con las que contamos y contaremos en este plazo que nos toca recorrer.

Por ello en este trayecto del camino, intentamos acompañarlos con este material, intentando fortalecer a través de él, sus capacidades para la metacognición, como así tembién la autogestión en su proceso de aprendizaje, ya que ressultan claves para transitar este andén que nos toca.

Presentación de la Coordinadora

Estimados estudiantes es un placer encontrarnos en el comienzo de su camino institucional, les quiero contar un poco de quien les escribe, soy la Licenciada Valeria Manzur, coordino la carrera desde su relocalización del ISTEEC 9-013 al Instituto Normal 9-002, igualmente, soy Profesora de esta querida carrera desde su apertura en el año 2011.

Sepan que están en un lugar muy valioso, que implico mucha lucha, constancia y fuerza por parte de un grupo de profesores y estudiantes comprometidos con la enseñanza de la Física, que supimos sostener esta carrera.

Hoy formamos parte de esta gran Institución, pionera en la formación de docentes y pensada para sus estudiantes. Creemos profundamente que la enseñanza de la Física en el nivel secundario debe ser liderada por profesionales formados para ello.

Entendiendo que la Física es considerada madre de todas las ciencias y representa la columna vertebral de la formación científica y técnica necesaria para el desarrollo científico-tecnológico que se pretende impulsar desde la política nacional.

Para finalizar, les comparto mi contacto por cualquier necesidad:

manzurvaleria@gmail.com

2. LA CARRERA

Perfil del egresado, estructura de la carrera, unidades curriculares, formatos, correlativas y régimen de cursado.

Antes de meternos de lleno en algunas características de la carrera, nos gustaría plantear algunos interrogantes:

¿Qué creen que necesitan para ser futuros profesores de Física?

¿Cuáles son sus expectavas con respecto a esta carrera?

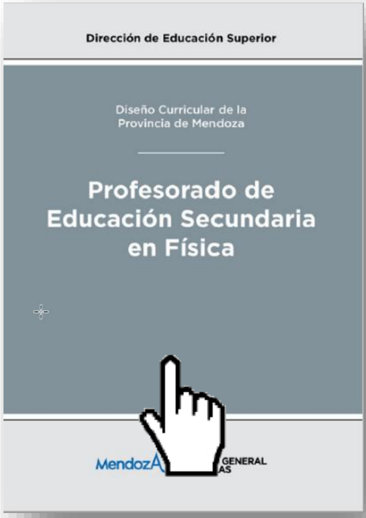
¿Cuáles son sus creencias acerca de los saberes que vamos a transitar estos cuatro años?

LA DOCENCIA: Seguramente la mayoría de ustedes se encontrarán en este lugar, por haber tenido experiencias previas positivas con contenidos propios o relacionados con la ciencia Física y está afinidad, los impulso a seguir esta carrera.

En este punto tan importante me quiero detener, para resaltar que más allá de poseer facilidad y afinidad con este tipo de contenidos disciplinares, y profundizarlos durante esta etapa, venimos a esta carrera a desarrollar grandes habilidades (magia para algunos):*¿cómo enseñar estos contenidos de manera tal de producir aprendizajes significativos en nuestros estudiantes?, ¿cómo llegar a ellos?, ¿cómo reconocerlos en sus particularidades, para diseñar estrategias diferenciadas que contemplen la diversidad de estudiantes que existen en las aulas en la actualidad? ¿cómo contagiar esa pasión por la Física?;* entre algunas. Para ello, no solo debemos manejar saberes diciplinares, si no poseer los saberes y competencias propias la pedagógia, psicología, didáctica, etc.

Durante la carrera tendremos materias relacionadas con el campo disciplinar del área de la Física, Química y Matemática. Intentando priorizar el lugar de la Física como ciencia experimental, lo cual la convierte en una ciencia tan apasionante y no solo desde la mirada matemática tradicional con la que usualmente esta asociada.

Nos parece oportuno realizar un recorte del diseño curricular, donde cita la Ley de educación Nacional, la cual especifica la finalidad de la formación docente:



La formación docente inicial tiene la finalidad de preparar profesionales capaces de enseñar, generar y transmitir los conocimientos y valores necesarios para la formación integral de las personas, el desarrollo nacional y la construcción de una sociedad más justa y de promover la construcción de una identidad docente basada en la autonomía profesional, el vínculo con las culturas y las sociedades contemporáneas, el trabajo en equipo, el compromiso con la igualdad y la confianza en las posibilidades de aprendizaje de sus alumnos (LEN, art. 71)

El diseño curricular de la carrera fue realizado en al año 2011, en el cual se define el perfil del egresado, las unidades curriculares con sus formatos, cantidad de horas y contenidos primordiales, la metodología y correlatividades. Es importante que lo tengan como documento marco de la carrera, les dejo el enlace al mismo.

Perfil del egresado

Se aspira a formar un/a profesor/a en Física para la Educación Secundaria que sea a la vez persona comprometida con la disciplina y su enseñanza, mediador intercultural, animador de una comunidad educativa, promotor del respeto a la vida y a la ley en una sociedad democrática y que, desde una comprensión real de la disciplina, logre contribuir a formar ciudadanos científicamente alfabetizados.

Un dato interesante, es que en la actualidad la mayoría de los espacios de Física, en la escuela secundaria, es dictado por profesores de Matemática, ya que están habilitados para dar este espacio con título B. Por ello esta carrera esta considerada como carrera prioritaria por la DGE.

Estructura de las carreras de formación docente

En el marco de los Lineamientos Curriculares Nacionales, el Diseño Curricular Provincial del Profesorado de Educación Secundaria se organiza en tres campos de formación:

- Campo de la Formación General
- Campo de la Formación Específica
- Campo de Formación en la Práctica Profesional Docente.

Se entienden como estructuras formativas que reúnen un conjunto de saberes delimitados por su afinidad lógica, metodológica o profesional, y que se entrelazan y complementan entre sí. Están regidos por un propósito general que procura asegurar unidad de concepción y de enfoque curricular para todos sus elementos constitutivos.

A su vez, al interior de cada campo de formación, se proponen TRAYECTOS FORMATIVOS. Los trayectos agrupan diversasUNIDADES CURRICULARESpor correlaciones y propósitos. Los trayectos posibilitan un recorrido secuencial y transversal de contenidos a lo largo de la carrera.

UNIDADES CURRICULARES: Los Campos de Formación se organizan en Trayectos Formativos que están integrados por Unidades Curriculares, concebidas como aquellas instancias curriculares que, adoptando distintas modalidades o formatos pedagógicos, forman parte constitutiva del plan, organizan la enseñanza y los distintos contenidos de la formación y deben ser acreditadas por los estudiantes.

UNIDADES CURRICULARES DE DEFINICIÓN JURISDICCIONAL: Se organizan en torno a los campos y trayectos que por decisión jurisdiccional y en orden a los lineamientos propuestos por el INFD se estipulan como estructurantes básicos de la formación docente inicial del Profesorado.

UNIDAD CURRICULAR DE DEFINICIÓN INSTITUCIONAL (UDI): Se consideran complemento de las Unidades Curriculares definidas en el diseño y se orientan a articular los campos de saber abordados en estas últimas con las realidades socio educativas de la región de incumbencia del IFD. Cada IFD deberá definir las unidades curriculares de definicióninstitucional por campo, especificadas en el Diseño, y optar por una temática por año para cada una.

3° AÑO		4° AÑO	
1° C	2°C	1° C	2°C
UDI CF específica 3+1		UDI CF general 3+1	UDI CF específica 3+1

Unidad curricular de definición institucional electiva (UDIE).

Están orientadas a fortalecer la propia trayectoria formativa del estudiante del profesorado. SERÁN OFRECIDAS POR LOS PROFESORES y se organizarán con relación a temáticas concretas y se desarrollarán con formato de taller o trabajo de campo. Se acreditarán a través de coloquios, ateneos, foros, producciones, etc., <u>quedando explícitamente excluida en este caso la instancia de examen final con tribunal</u>. Carga de electivas. <u>Desde un mínimo 80 hs. cátedra hasta un máximo 180 hs cátedra</u>

Estructura curricular

PRIMER AÑO		SEGUNDO AÑO		TERCER AÑO		CUARTO AÑO	
Cuatrimestre 1	Cuatrimestre 2	Cuatrimestre 1	Cuatrimestre 2	Cuatrimestre 1	Cuatrimestre 2	Cuatrimestre 1	Cuatrimestre 2
Física I		Física II		Física III		Física IV	
Taller de Laboratorio de Física		Didáctica de la Física I		Didáctica de la Física II		Física Experimental	
Álgebra y Geometría Analítica							
Cálculo I		Historia de la Física		Probabilidad y Estadística		Fisicoquímica II	Mecánica Analítica
		Cálculo II		Cálculo III	Física de la Tierra	Astronomía	UDI - CFE
							Cosmología
Promoción de la Salud	Historia Política, Social, Económica y Cultural de América Latina	Química I	Biología General	Química II	Fisicoquímica I	UDI - CFG	UDI - CFG
Prácticas de Lectura, Escritura y Oralidad	Tecnologías de la Comunicación y la Información	Psicología Educacional	Sujetos de la Educación Secundaria	UDI - CFE	Epistemología de la Física	Práctica Profesional Docente IV	
Pedagogía	Didáctica General	Historia y Política de la Educación Argentina	Instituciones Educativa	Filosofía	Sociología de la Educación		
Práctica Profesional Docente I		Práctica Profesional Docente II		Práctica Profesional Docente III			
ELECTIVAS		ELECTIVAS		ELECTIVAS		ELECTIVAS	

Régimen de correlatividades

Las correlatividades se establecen entre las unidades curriculares de un mismo campo y entre las unidades de diferentes trayectos y campos, según la secuenciación de contenidos seleccionados en la estructura curricular.

Las diferentes unidades curriculares serán evaluadas por el/losprofesor/profesores encargados del dictado, quienes determinarán al comienzo del curso los modos de evaluación y acreditación que serán consignados en el programa.

A continuación, se especifican correlatividades de acreditación mínimas. Las correlatividades de cursado podrán definirse por los Consejos Académicos de los IFD teniendo en cuenta las dinámicas institucionales y los contextos de acción.

Pueden visitar el régimen de correlatividades en la página web

Segundo año	
Para cursar segundo año tiene que haber aprobado: Prácticas de Lectura, Escritura y Oralidad, Promoción de la salud y Tecnologías de la Información y la Comunicación.	
Para acreditar las siguientes unidades curriculares	**Deberá haber acreditado**
Historia y Política de la Educación Argentina	
Institución Educativa	Pedagogía
Sujetos de la Educación Secundaria	
Química I	
Biología General	
Física II	Física I
Cálculo II	Cálculo I
Historia de la Física	
Didáctica de la Física I	Didáctica General
Práctica Profesional Docente II	Práctica Profesional Docente I

Tercer año	
Para cursar 3er Año, el estudiante deberá tener acreditadas todas las unidades curriculares de 1er Año.	
Para acreditar las siguientes unidades curriculares	**Deberá haber acreditado**
Filosofía	
Sociología de la Educación	Instituciones Educativas
Química II	Química I
Cálculo III	Cálculo II
Epistemología de la Física	Historia de la Física
Fisicoquímica I	Química II
Física de la Tierra	Física II
Física III	Física II
Probabilidad y Estadística	
Didáctica de la Física II	Didáctica de la Física I
Práctica Profesional Docente III	Práctica Profesional Docente II
Unidad Definición Institucional (CFE)	A establecer por cada ISFD

Cuarto año

Para cursar 4º Año deberá tener:
- Acreditadas todas las unidades curriculares de 1º y 2º Año.
- Regularizadas las unidades curriculares de 3º: Cálculo III, Física III, Fisicoquímica I, Epistemología de la Física, Química II y Probabilidad y Estadística.

Para cursar la Práctica y Residencia deberá tener:
- Regularizadas la totalidad de las unidades curriculares de 3°.
- Acreditadas las siguientes unidades curriculares de 3º: Didáctica de la Física II, Práctica Profesional Docente II, Epistemología de la Física, Física III, Fisicoquímica I, Cálculo III y Probabilidad y Estadística.

Para acreditar las siguientes unidades curriculares	Deberá haber acreditado
Astronomía	Física III
Fisicoquímica II	Fisicoquímica I
Mecánica Analítica	Física IV
Cosmología	Física IV
Física IV	Física III
Física Experimental	
Unidad Definición Institucional (CFE)	A establecer por cada ISFD
Unidad Definición Institucional (CFG)	A establecer por cada ISFD

FORMATOS DE UNIDADES CURRICULARES

MATERIAS O ASIGNATURAS: Definidas por la enseñanza de marcos disciplinares o multidisciplinares y sus derivaciones metodológicas para la intervención educativa de valor troncal para la formación. Brindan conocimientos y, por sobre todo, modos de pensamiento y modelos explicativos de carácter provisional, evitando todo dogmatismo, como se corresponde con el carácter del conocimiento científico y su evolución a través del tiempo. Ejemplo: Pedagogía

MÓDULOS: Representan unidades de conocimientos completas en sí mismas y multidimensionales sobre un campo de actuación docente, proporcionando un marco de referencia integral, las principales líneas de acción y las estrategias fundamentales para intervenir en dicho campo. Su organización puede presentarse en materiales impresos, con guías de trabajo y acompañamiento tutorial, facilitando el estudio independiente. Ejemplo: Historia de la Química y su Epistemología

TALLERES: Se orientan a la producción e instrumentación requerida para la acción profesional. Promueven la resolución práctica de situaciones de alto valor para la formación docente. El desarrollo de las capacidades que involucran desempeños prácticos envuelve una diversidad y complementariedad de atributos, ya que las situaciones prácticas no se reducen a un hacer, sino que se constituyen como un hacer creativo y reflexivo en el que tanto se ponen en juego los marcos conceptuales disponibles como se inicia la búsqueda de aquellos otros nuevos que resulten necesarios para orientar, resolver o interpretar los desafíos de la producción. Ejemplo: Prácticas de lectura, escritura y oralidad.

SEMINARIOS: Promueven el estudio de problemas relevantes para la formación profesional. Incluyen la reflexión crítica de las concepciones o supuestos previos sobre tales problemas, que los/as estudiantes tienen incorporados como resultado de su propia experiencia, para luego profundizar su comprensión a través de la lectura y el debate de materiales bibliográficos o de investigación. Estas unidades, permiten el cuestionamiento del "pensamiento práctico" y ejercitan en el trabajo reflexivo y en el manejo de literatura específica, como usuarios activos de la producción del conocimiento. Ejemplo: PPD

3. Física

Profesor: Enrique Arnold

Soy el profesor que está en su grupo de whats app del ingreso y los acompañaré en su recorrido por la Física.

Cualquier duda que tengan me pueden contactar:

0261 4607339

Este curso introductorio es solo una guía, que nos sirve para comprender que la Física es una ciencia experimental, y por lo tanto debe enseñarse mediante la experimentación. La Física se siente y se toca, no solo se escribe.

Mediante la observación de hechos de la vida cotidiana, vamos a encontrar similitudes y diferencias, y así emplear estos conocimientos previos, para formar nuestro nuevo conocimiento de la Física.

Se realizarán modelos físicos para experimentar, y deducir algunas leyes básicas, es importante cambiar el paradigma de la Física como matemática aplicada. La matemática es solo una herramienta para modelar la Física.

No es difícil reconocer que vivimos en un mundo científico y tecnológico; la Física es una parte fundamental de nuestro mundo que influye en nuestra sociedad a cualquier escala, pues abarca desde lo infinitamente grande, la astrofísica, a lo infinitamente pequeño, la Física de las partículas elementales. Por ello no debe extrañar la presencia de la Física en todo lo que ha representado progreso científico y técnico.

No es sólo una ciencia teórica; es también una ciencia experimental. Como toda ciencia, busca que sus conclusiones puedan ser verificables mediante experimentos y que la teoría pueda realizar predicciones de experimentos futuros. Dada la amplitud del campo de estudio de la física, así como su desarrollo histórico con relación a otras ciencias, se la puede considerar la ciencia fundamental o central, ya que incluye dentro de su campo de estudio a la Química, la Biología y la Electrónica, además de explicar sus fenómenos.

Diremos que la Física se ocupa del estudio de los fenómenos que ocurren en la naturaleza, partiendo de la hipótesis de que todos ellos se rigen por un conjunto de leyes físicas.

Intentaremos acercarnos a los saberes de las Física, descubrir como nuestra vida cotidiana está inundada de estos fenómenos y cómo podemos explicar los con las leyes de la Físicas.

Saber: se busca en el estudiante una apropiación de los contenidos a través de la experimentación, acompañado un proceso de reflexión, de crítica, de expresión, de vida.

• Capacidad de relacionar temas y conceptos en el desarrollo del curso.

• Capacidad de síntesis y análisis en el manejo de las leyes físicas

Saber hacer: la creatividad se reconoce en los aportes del estudiante, en lo que puede innovar.

• Capacidad de recrear y reorientar contenidos con su realidad.

• Capacidad de planteamiento de preguntas y propuestas.

• Capacidad de imaginar situaciones nuevas.

• Capacidad de reconocer la física en lo cotidiano y aplicarla para resolver problemas concretos.

Saber ser: donde se van trasformando las actitudes. El principal cambio es el de la actitud frente al estudio.

• Continuidad de entusiasmo por el proceso de aprendizaje

• Capacidad de hacer frente críticamente al material experimental.

• Capacidad de relación teoría práctica.

• Relación positiva con el contexto.

• Capacidad de respeto por los demás.

¿Están listos para iniciar?

Utilizando sus conocimientos previos, comparando con hechos de la vida cotidiana, y ayudados por la experimentación, comenzaremos nuestro viaje por la física.

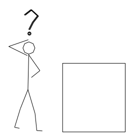
Fuerza:

La fuerza es un concepto muy conocido, pero difícil de definir. Sin que nos digan, qué es una fuerza podemos intuir su significado a través de la experiencia diaria.

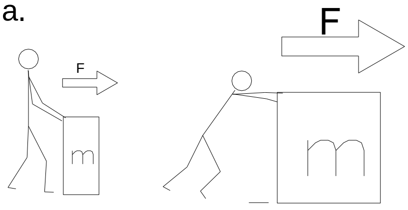
¿Qué es para ti una fuerza, o para qué sirve una fuerza?

Por ejemplo, una fuerza es lo que hago para mover un cuerpo.

Sabemos que para poder mover una caja deberé aplicar una fuerza sobre ella.



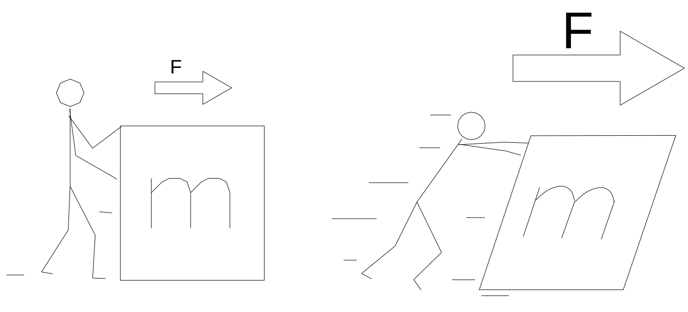
Sé que la fuerza (F) que debo aplicar para mover una caja muy pesada, será mayor que para mover una caja liviana.



Cuando nos referimos a una caja pesada, decimos que posee mucha MASA (m).

La masa es la cantidad de materia que tiene un cuerpo, y se mide en Kilo gramos (Kg)

También sabemos que, si tengo dos cajas con la misma masa, y a una de ellas le quiero dar una mayor aceleración (a) entonces deberé ejercer una fuerza mayor.



Con estos datos ya podemos establecer una forma de calcular esa fuerza.

La intensidad de la fuerza que aplico a un objeto depende de la masa del objeto y de la aceleración que la quiero dar:

$$F = m \times a$$

La fuerza (F) es igual a la masa (m) que voy a mover, por la aceleración (a) que le quiero imprimir.

Unidades de la fuerza: El primer paso para poder cuantificar una magnitud física es establecer una unidad para medirla.

En el Sistema Internacional (SI) de unidades la fuerza se mide en Newton (símbolo: N)

La unidad de la masa es el kilogramo (Kg)

La unidad de la aceleración es metros sobre segundos al cuadrado (m/s^2).

Entonces nos queda:

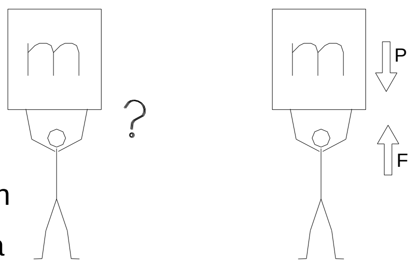
Un newton (N) es la fuerza que, al ser aplicada a un cuerpo de 1 Kilogramo (kg) de masa, le provoca una aceleración de 1 metro por segundo al cuadrado (m/s^2).

$$F = m \times a \qquad 1N = 1Kg \times 1m/s^2$$

El Newton es la unidad de medida de la fuerza en el Sistema Internacional, Y fue adoptado por la Argentina en el SIMELA Sistema Métrico Legal Argentino. Aunque casi no se use en la vida diaria, y sea mucho más común el Kg fuerza, como docentes debemos acostumbrarnos a usarlo y enseñarlo.

¿Y cuándo sostengo un objeto? a pesar de que no lo esté moviendo le estoy aplicando una fuerza. ¿Cuál es la aceleración?

Es que, si lo suelto se caería, mi fuerza es para frenarlo, entonces esa aceleración es la de la gravedad (g) que es de 9,81 m/s^2



Esa fuerza con que sostengo el objeto, es igual a su peso y en este caso consideramos la aceleración como la de la gravedad (g):

$$P = m \times g$$

Por ejemplo:

Si sostengo una caja de 8kg de masa, la fuerza que aplico para sostenerla es de:

8kg x 9,81 m/s^2 = 78, 48 N

A partir de aquí nos referimos al peso como la fuerza que ejerce la atracción de la tierra sobre los objetos. Y como es una fuerza se debe expresar en Newton. (N)

Ejemplo: Mi masa es de 85 Kg. Es lo que dice la balanza, (la balanza expresa el peso en Kg fuerza que es una unidad del Sistema Técnico Español) Nosotros debemos considerarla solo como nuestra masa.

Mi peso será: mi masa multiplicada por la aceleración de la gravedad 9,81 m/s^2

85kg x 9,81 m/s^2 = 833 N Mi peso es de: 833 Newton.

Por ejemplo, si estoy flotando en el espacio, mi masa seguirá siendo 85 Kg (mis rollitos seguirán allí) pero al no estar la aceleración de la gravedad (g=0) no tendré peso.

Por supuesto que si voy a la panadería y le pido 10 Newton de pan, la señora me va a mirar raro, pero eso sería lo correcto.

Isaac Newton enunció 3 leyes relacionadas con las fuerzas.

La primera ley de Newton, *establece que un objeto permanecerá en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme al menos que sobre él actúe una fuerza externa.*

Por ejemplo, esta ley la experimentamos cada vez que viajamos en el colectivo:

Cuando el colectivo está detenido, nosotros también estamos en reposo, cuando comienza a moverse, nosotros queremos permanecer en reposo, y por esta razón nos arroja hacia el fondo del colectivo.

Cuando el colectivo está en movimiento, y frena de repente, nosotros, queremos continuar en movimiento, por esta razón nos arroja hacia adelante.

Si estando el colectivo en movimiento, dobla bruscamente hacia la derecha, nos sentimos empujados hacia la izquierda, eso nos muestra que tendemos a permanecer en movimiento **rectilíneo** uniforme.

La segunda ley de Newton (que la vimos más arriba) *define la relación entre fuerza y aceleración. La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él e inversamente proporcional a la masa del objeto: F = m x a.*

Masa es la cantidad de materia que el objeto tiene.

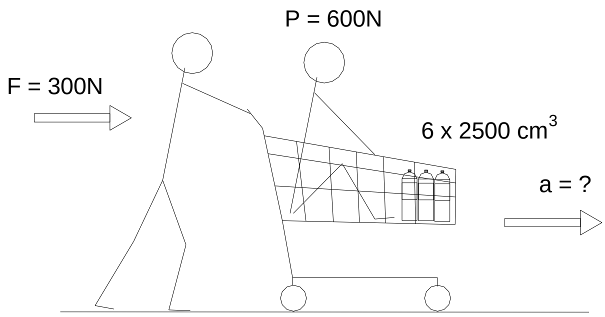
Por ejemplo: Hay en un columpio una niña pequeña y en otro columpio un adolecente grande.

Para hamacarlos con la misma aceleración, sé que deberé aplicar más fuerza con el adolescente que con la niña pequeña. Porque tiene más masa que la niña.

Si en los columpios hay dos niños iguales, (igual masa) pero uno de ellos quiere llegar más alto, en este caso, a él lo empujaré con más fuerza, para lograr mayor aceleración.

Ejercicio N°1:

Llevo en el carrito del supermercado a mi hermano, que pesa 600N, y 6 botellas de agua de 2500 cm^3.



a- ¿Cuánta masa estoy llevando en el carro?

(1000 cm^3 es 1litro, y 1 litro de agua equivale a 1 kg de masa)

b- Si empujo el carro con una fuerza de 300N, ¿Qué aceleración alcanzará?

Tercera ley de Newton (acción y reacción): *si un objeto "A" ejerce una fuerza sobre un objeto "B", entonces el objeto "B" debe ejercer una fuerza de igual magnitud en dirección opuesta sobre el objeto "A".*

Por ejemplo: Cuando andas en patines, y empujas la pared, la pared te "devuelve" la fuerza, y te empuja hacia atrás, con la misma fuerza.

Cuando estando en patines, y tiro hacia mí de una soga atada a la pared, me devuelve la fuerza jalando me hacia adelante.

Cuando remas en un bote, empujas el agua hacia atrás, y la reacción es ir hacia adelante.

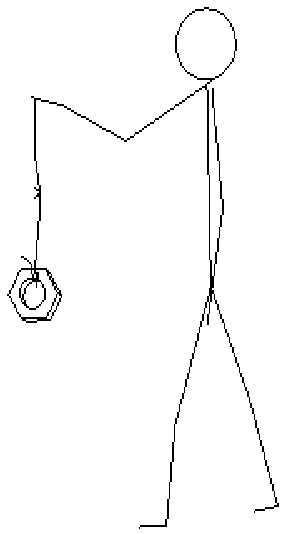
Finalmente, lo más común es cuando caminamos, que empujamos el suelo hacia atrás, y la reacción es ir hacia adelante.

Vamos a experimentar un poco para entenderlas.

Busca un elástico fino, o corta un par de elastiquines y forma una cuerda, en un extremo ata una tuerca grande o algo parecido.

Cuando la tuerca está quieta, la fuerza que hace mi mano es igual al peso de la tuerca.

ExperimentoN°1



a- Subo lentamente la mano, a velocidad constante.

¿Al subir realizo más fuerza que al estar en reposo? ¿Se observa en el elástico?

b- Bajo a velocidad constante, (lentamente)

¿Realizo la misma fuerza que antes, más o menos? ¿Hubo algún cambio en el largo del elástico?

c- Estando la tuerca quieta, subo la mano con mucha aceleración, (aumento la velocidad) ¡¡¡CUIDADO DE NO GOLPEARTE LA CABEZA CON LA TUERCA!!!!

¿Qué ocurrió en el primer instante con la tuerca? ¿Realizaste más fuerza que en los casos anteriores?

d- Estando la tuerca en reposo, baja la mano con mucha aceleración.

¿Qué intentó hacer la tuerca en este caso?

e- Agrego más masa (otras tuercas)

Cuando las tuercas están en reposo, subo y bajo la mano con mucha aceleración. ¿Qué ocurre con las tuercas? ¿Qué intentan hacer?

¿Puedes escribir una definición del fenómeno?

f- Ahora haremos algo diferente.

Sube la tuerca a velocidad constante y repentinamente detén tu mano (frena la mano)

¿Qué intenta hacer la tuerca ahora?

g- Baja a velocidad constante, y repentinamente detén tu mano

¿Qué intentó hacer la tuerca?

h- Intenta lo nuevamente los pasos (f y g) con poca y mucha masa (tuercas)

Redacta una conclusión del fenómeno.

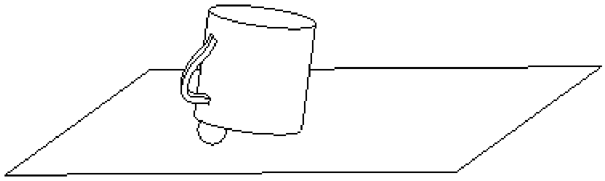
¿Puedes relacionarlo con alguna ley física que conozcas?

¿Puedes identificar cual o cuales de las leyes de Newton intervienen en este experimento?

¿Por qué?

Experimento N° 2

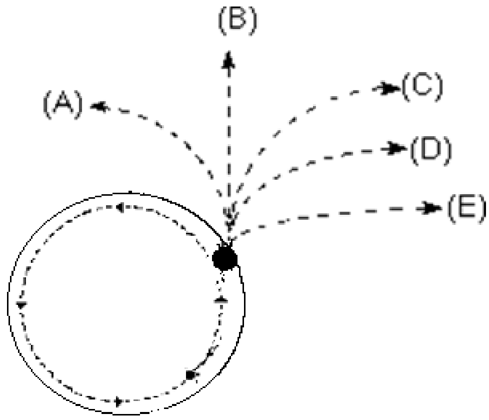
Necesitamos una taza, una bolita, un papel y un poco de tempera, (o tinta)



Ensucia la bolita con tempera.

Coloca la bolita sobre el papel, y con la taza boca abajo, haz girar la bolita en su interior.

Cuando levantes la taza ¿Cuál será la trayectoria que seguirá la bolita?



Con este experimento, puedes agregarle algo importante a la última conclusión que escribiste (del experimento anterior)

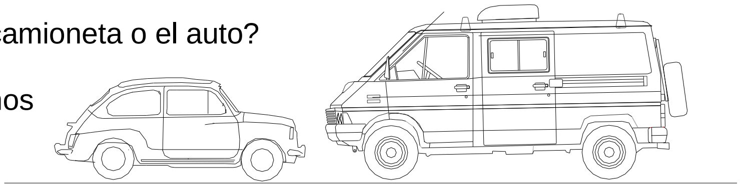
¿Puedes identificar cual o cuales de las leyes de Newton intervienen en este experimento?

¿Por qué?

Experimento N°3

En la esquina de mi casa una camioneta grande chocó a un auto pequeño, y lo lanzó muy lejos.

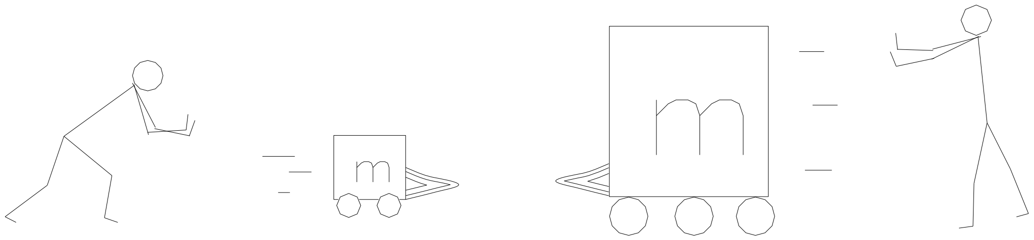
a-¿Quién hizo más fuerza, la camioneta o el auto?



Para comprobarlo utilizaremos dos objetos, con ruedas si es posible, uno con mucha masa y el otro con poca masa.

Y les armaremos con plastilina, unos paragolpes puntiagudos iguales para los dos objetos, y los haremos chocar. De esta manera descubriremos cual hace más fuerza.

Mira los paragolpes de plastilina después del choque, ¿Cuál es tu conclusión?



¿Puedes identificar cual o cuales de las leyes de Newton intervienen en este experimento?

¿Por qué?

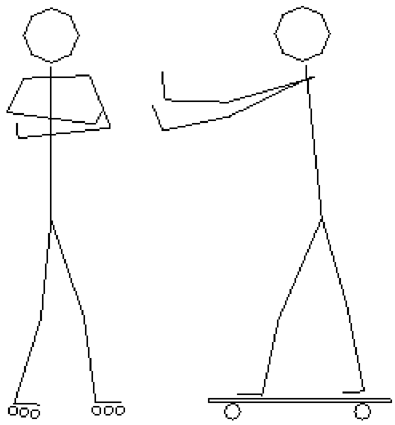
Experimento N°4

Discusión en la oficina:

Gabriel y Francisco son hermanos mellizos. (Tienen casi el mismo peso)

Gabriel se quejó de que Francisco lo empujó con los pies.

Pero Francisco se defendió diciendo que fue Gabriel quien lo empujó a él.



Puedes comprobar lo que dicen, experimentando, puedes utilizar, sillas de oficina, o patines o skate o patines lo que tengas a mano, y alguien con un peso similar al tuyo.

Si Gabriel empujó a Francisco, se movió Francisco.

Si fue Francisco el que empujó a Gabriel, se moverá Gabriel.

a- ¿Cuál es tu conclusión sobre lo ocurrido? ¿Conoces alguna ley Física que abale tu conclusión?

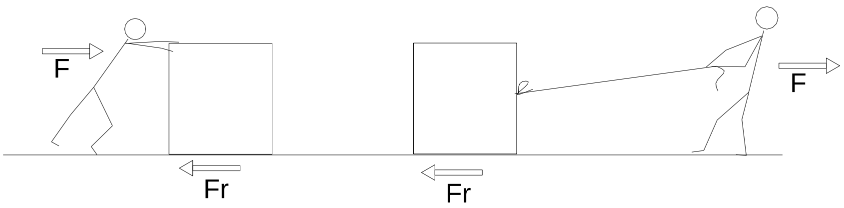
¿Puedes identificar cual o cuales de las leyes de Newton intervienen en este experimento?

¿Por qué?

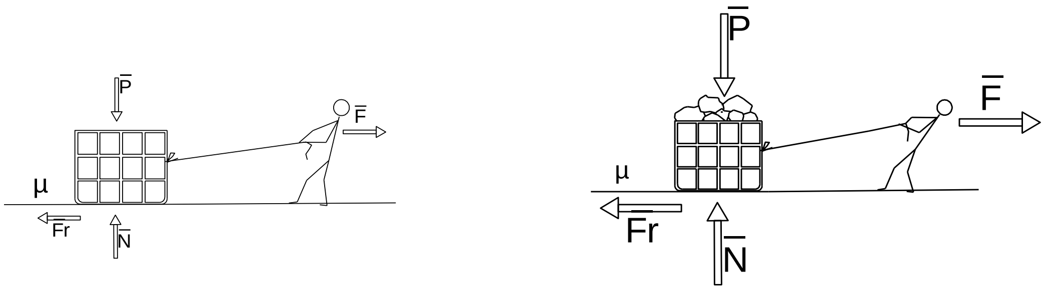
Fuerza de rozamiento.

El rozamiento, está presente en todos los movimientos que estudiaremos, en mayor o menor medida, por eso es importante conocerlo, para que los fenómenos que enseñemos se asemejen a la realidad.

Cuando empujo o arrastro un objeto éste se resiste a ser movido, esa fuerza que aparece, es la FUERZA DE ROZAMIENTO (Fr), y siempre actúa en sentido opuesto al movimiento, (no quiere que lo mueva)



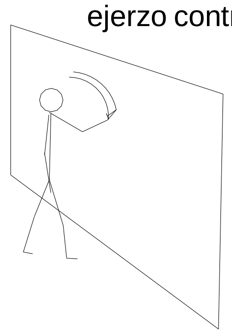
Por supuesto, sabemos que mientras más pesado (P), sea el objeto, la fuerza de rozamiento (Fr) será mayor.



En estos casos, la fuerza PESO (P) se compensa con la reacción del suelo que llamaremos NORMAL (N). Son dos fuerzas que siempre serán iguales y opuestas.

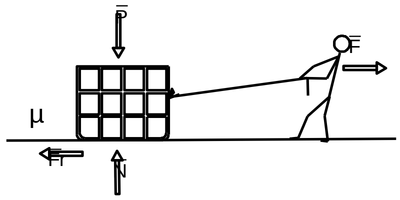
Si esta fuerza NORMAL (N) que contrarresta al PESO (P), fuese menor que el peso, la caja se hundiría en el suelo, y si fuese mayor que el peso, la caja comenzaría a flotar en el aire. Por esta sencilla razón decimos que son iguales, pero de sentido contrario.

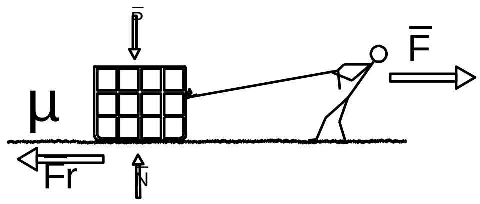
Estas dos fuerzas, el PESO (P) y la NORMAL (N), son las que determinan la presión de contacto entre las superficies que se deslizan. Como cuando paso la mano por la pared, mayor será el rozamiento, mientras mayor sea la fuerza que ejerzo contra la pared.



En este caso la fuerza que ejerzo contra la pared, tendrá una fuerza NORMAL que me devolverá la pared en sentido contrario. Se llama NORMAL porque es "perpendicular" a la superficie.

También sabemos que la FUERZA DE ROZAMIENTO, dependerá del material del suelo y del objeto.





Hay materiales como la goma y el corcho, que se "agarran" mucho entre sí.

Y materiales como el vidrio y el metal pulido, que permite que se "deslicen" fácilmente.

Para ponderar este "agarre" existe el COEFICIENTE DE ROZAMIENTO (μ) que es un número, adimensional, (no tiene unidades) que se refiere siempre al comportamiento entre dos superficies.

El COEFICIENTE DE ROZAMIENTO (μ) será alto para elementos con mucho "agarre" como la goma y el asfalto (μ = 1) y bajo para superficies como el vidrio y el acero pulido (μ = 0,5)

El coeficiente de rozamiento siempre hace referencia al "agarre" que existe entre dos superficies o materiales.

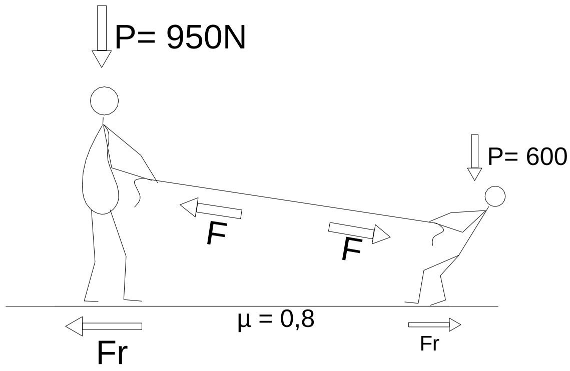
La ecuación para calcular la fuerza de rozamiento será:

$$\mathbf{Fr = N \times \mu}$$

Donde Fr es la fuerza de rozamiento, N es la fuerza normal (perpendicular) a las superficies que se deslizan, y μ es el coeficiente de rozamiento entre esas superficies.

Más adelante, veremos que existe un coeficiente de rozamiento para el cuerpo que está quieto, y otro diferente si el cuerpo está en movimiento, por eso existe el coeficiente de rozamiento dinámico y el estático. Pero por ahora lo consideraremos como uno solo.

Ejercicio N°2



Juan pesa 950N y Pedro pesa 600N, ambos tiran de una soga para ver quién tiene más fuerza.

Sabemos por la 3° ley de Newton, que la fuerza de un lado de la soga es exactamente igual a la del otro lado, pero de sentido contrario. Lo que será diferente, será cuanto se agarren al suelo (fuerza de rozamiento Fr) y eso hará que uno de ellos sea arrastrado por el otro, no importa quién esté haciendo más fuerza.

Juan y Pedro tienen las mismas zapatillas, y el coeficiente de rozamiento entre el suelo y las zapatillas es de μ =0,8.

También sabemos que en este caso, el valor de la fuerza normal (N) tiene el mismo valor que el peso.

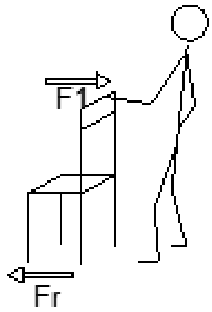
a- Calcula la fuerza de rozamiento que frena a Juan.

b- Calcula la fuerza de rozamiento que frena a Pedro.

c- ¿Cuál de los dos será arrastrado?

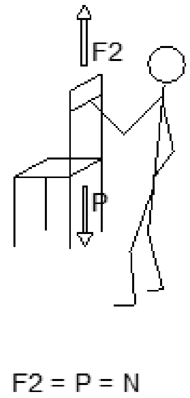
Experimento N° 5

Calcula el coeficiente de rozamiento entre la silla de la cocina y el piso.



F1 = Fr = N x μ

Primero vamos a arrastrar la silla, y sentir la fuerza que estoy haciendo para arrastrarla.



A esa fuerza le llamaremos F1 y es igual a la fuerza de rozamiento.

Recordemos que la fuerza de rozamiento (Fr) depende de la fuerza normal (N) y el coeficiente de rozamiento entre las superficies (μ)

Luego levantaremos la silla.

Esa fuerza que siento ahora, es el peso de la silla, y le llamaremos F2.

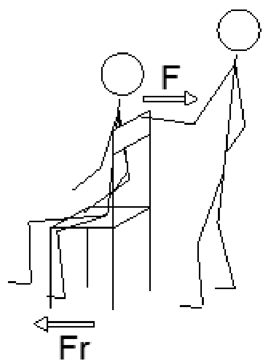
Recordemos que en este caso, la fuerza normal (N) es igual al peso de la silla (P) O sea que F2 es igual a la normal (N).

$$F1 = F2 \times \mu$$

$$\mu = \frac{F1}{F2}$$

Finalmente si comparo en mi cabeza la fuerza para arrastrar (F1) con la fuerza para levantar (F2) esa relación será el coeficiente que busco (μ)

Por ejemplo, si la fuerza para levantar la silla es el doble de la fuerza para arrastrarla, entonces el coeficiente de rozamiento entre las patas de la silla y el suelo de la cocina será 0,5

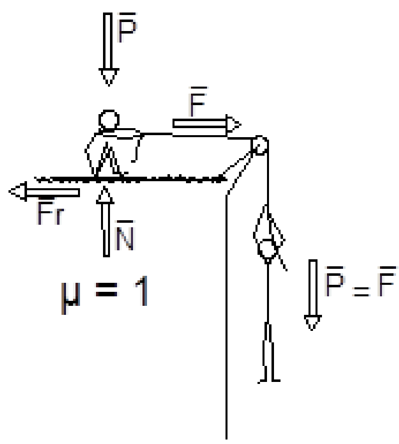


Y esa relación siempre se cumplirá, aunque se siente en la silla mi hermano, comprobaré que para arrastrarlo, haré la mitad de fuerza que para levantarlo.

Ya que el coeficiente de rozamiento (μ) depende del material de las patas de la silla y el piso de la cocina, y no del peso que le ponga.

a- ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento de la silla de tu cocina con el piso?

Ejemplo:



Hay dos personas con el mismo peso, una debe sostener a la otra, en el borde de un edificio.

Entonces el peso de la persona que cuelga, será igual a la fuerza con que tira de la cuerda.

Y el valor de la fuerza de rozamiento para la persona que está arriba, será: La normal (en este caso igual a su peso) multiplicado por el coeficiente de rozamiento (μ).

Para que no se resbale, la fuerza de rozamiento deberá ser igual o mayor que la fuerza con que tira la cuerda, (el peso de la otra persona)

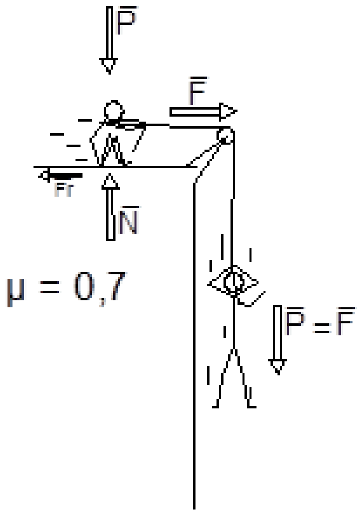
Peso P = 800 N será igual a la normal (N) y como pesan lo mismo, será igual a la fuerza (F)   P = N = F

Si el coeficiente de rozamiento (μ) entre la persona y el techo del edificio, es μ =1, la fuerza de rozamiento (Fr) será igual a la fuerza de arrastre (F)

Fr = N x μ

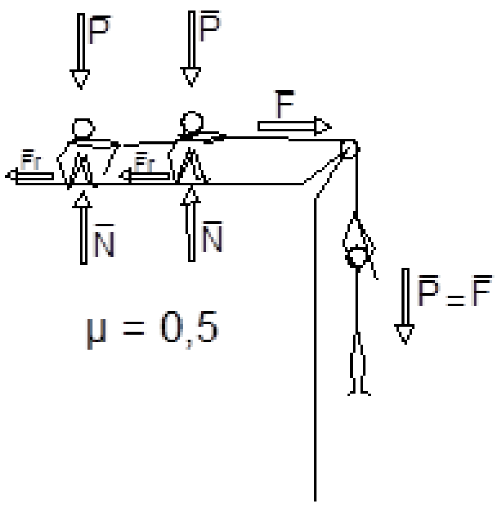
Fr = 800N x 1 = 800N entonces permanecerá en equilibrio.

Fr = F   Fr = P



Si el coeficiente de rozamiento es menor, por ejemplo μ =0,7 no podrá sostenerlo, y se caerán.

Fr = 800N x 0,7 = 560 N



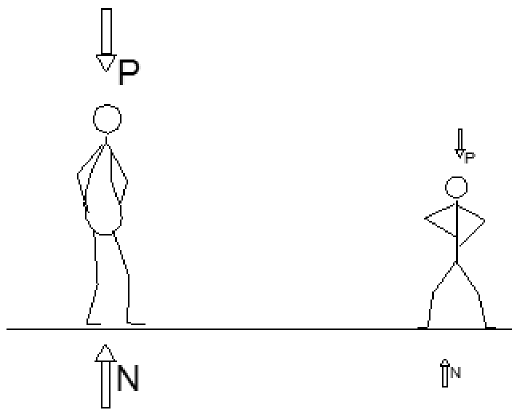
Si el coeficiente fuese μ =0,5 entonces se necesitarán dos personas para equilibrar lo.

Fr = N x μ

Fr= (800 + 800) N x 0,5 = 800N

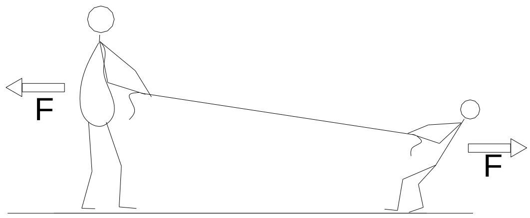
Ejemplo.

Analicemos el ejercicio anterior:



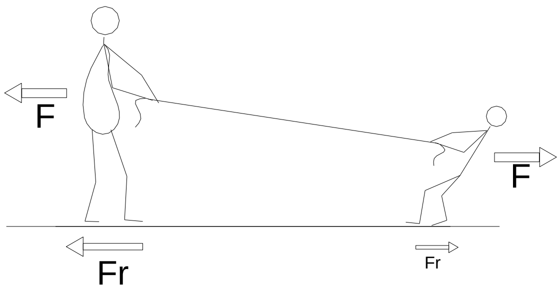
Supongamos 2 personas con diferente peso, podemos decir que la fuerza peso (P) y su opuesta la normal (N) son más grandes en la persona más pesada

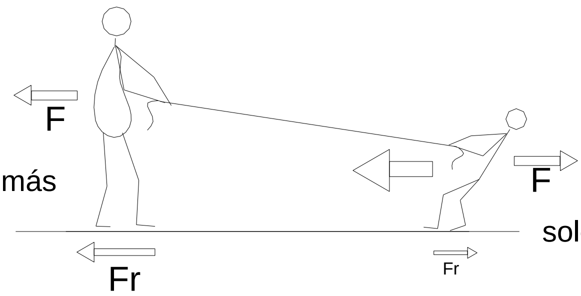
Si jugaran a las cinchadas, ¿quién se movería?



Sabemos por lo que aprendimos anteriormente, que la fuerza a cada extremo de una cuerda es igual y de sentido contrario.

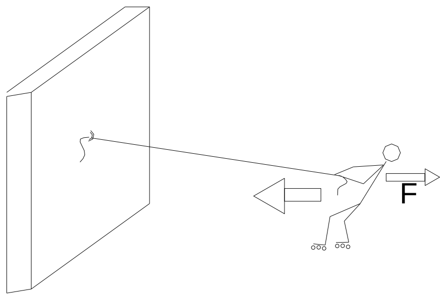
Si suponemos que tienen el mismo tipo de zapatillas tendrán el mismo coeficiente (μ), su fuerza de rozamiento dependerá solo de la fuerza normal (N), o sea de su peso.





Entonces por más fuerza que tenga el más pequeño, nunca moverá al más pesado, solo se moverá a sí mismo.

Es lo que sucede cuando tiras de una cuerda atada a una pared, solo te mueves tú, no porque la pared tenga más fuerza, o porque la pared jale de ti, sino porque está fija al suelo.

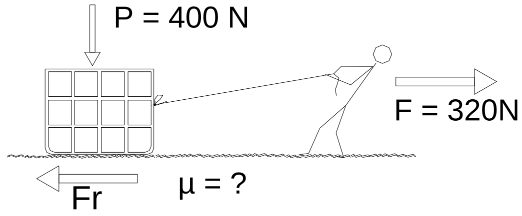


EjercicioN°3

Arrastro una caja de 400 N de peso a una velocidad constante, (no hay aceleraciones).

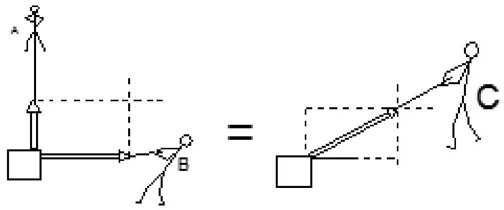
La fuerza que hago para moverla, es de 329 N

¿Cuál será el coeficiente de rozamiento (μ), entre la caja y el suelo?

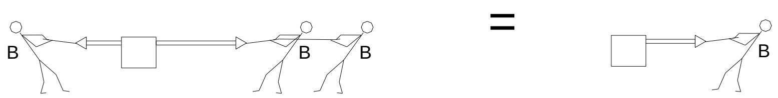


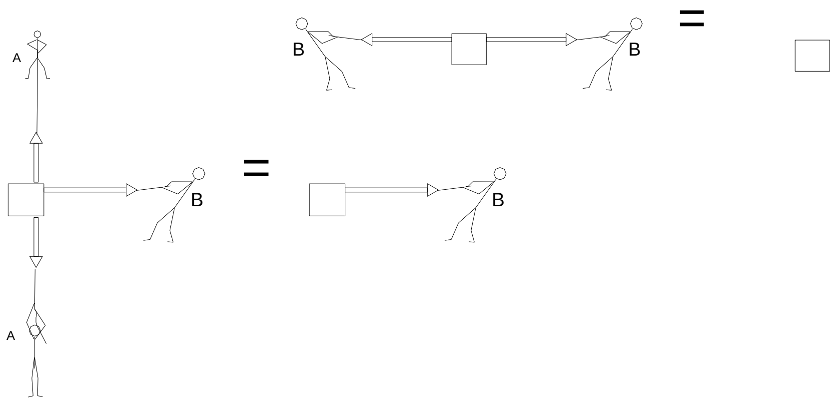
Composición y descomposición de fuerzas.

Si dos personas A y B tiran de un bloque, en distintas direcciones y con distinta intensidad de fuerza, estas, pueden ser reemplazadas por una sola fuerza equivalente, C aplicada en el mismo punto en la dirección correcta.



Ejemplos

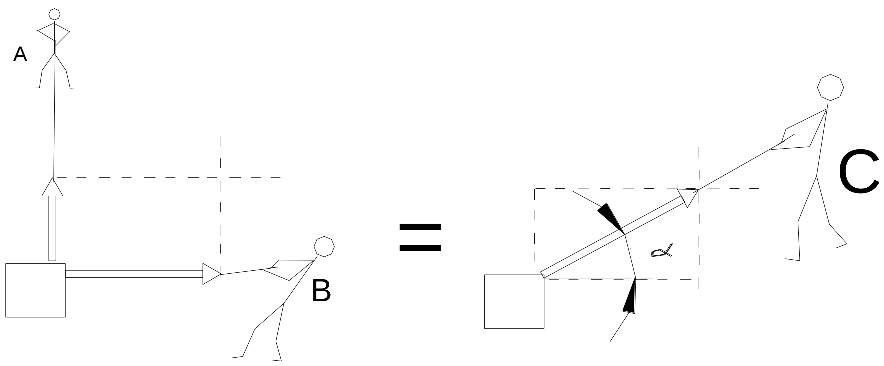




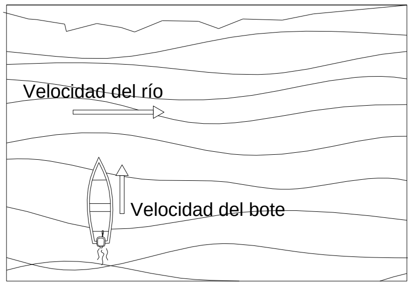
Para el caso especial en el que las fuerzas ejercidas por A y B son perpendiculares (por ejemplo, ejes cartesianos), estas son las 4 ecuaciones necesarias para componer las fuerzas de A y B en la de C con su ángulo α.

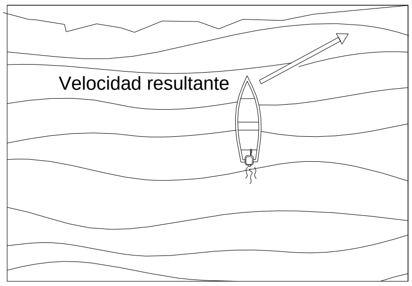
O descomponer la fuerza C en A y B perpendiculares entre sí.

Composición y descomposición de fuerzas.



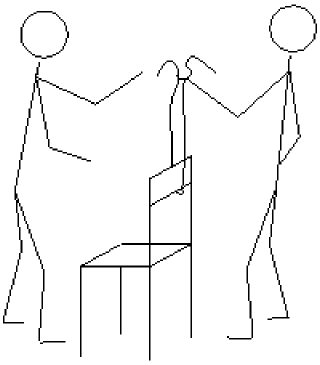
No solo se aplica con fuerzas, también con velocidades o cualquier magnitud vectorial.





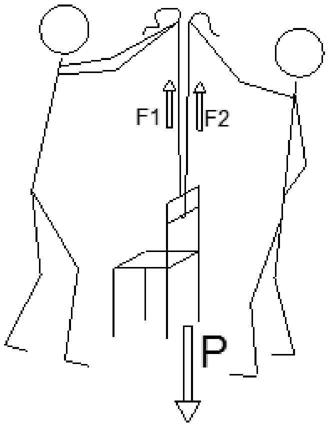
Le diremos magnitud vectorial, a toda magnitud que necesite darle una dirección y sentido. Una fuerza, la represento con una *flecha* porque debo decir hacia donde se hace la fuerza o si es *grande o chica*, con una flecha grande o chica. La masa o la energía de un objeto, no va en ningún sentido, por eso las llamaremos escalares, solo se necesita un *número* para definirlas.

Experimento N° 6



Pasa una piola por el respaldo de una silla.

Con ayuda de alguien, levanten la silla con la piola en forma vertical.

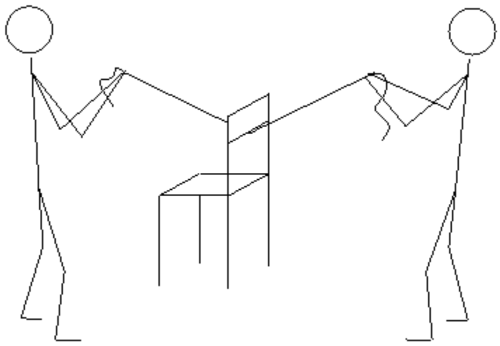


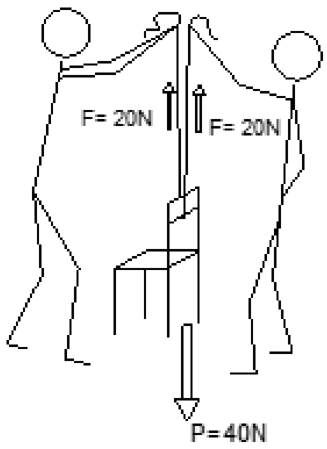
En estos momentos, cada uno está soportando la mitad del peso de la silla.

Ahora comiencen a separarse. ¿Hubo algún cambio?

La silla no puede aumentar de peso.

Dar una explicación al fenómeno.





EjercicioN°4:

Calcular la fuerza que hace la soga al separarnos del centro.

Si el peso de la silla es de P=40N

En un primer momento, la fuerza que hace cada uno es de:

Cuando nos comenzamos a alejar del centro, la fuerza aumenta.

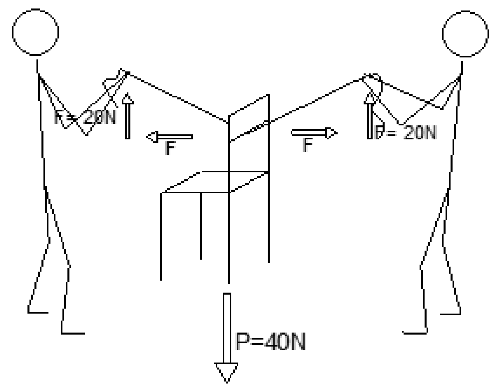
La componente vertical sigue siendo F=20, pero aparece una

Componente horizontal que aumenta.

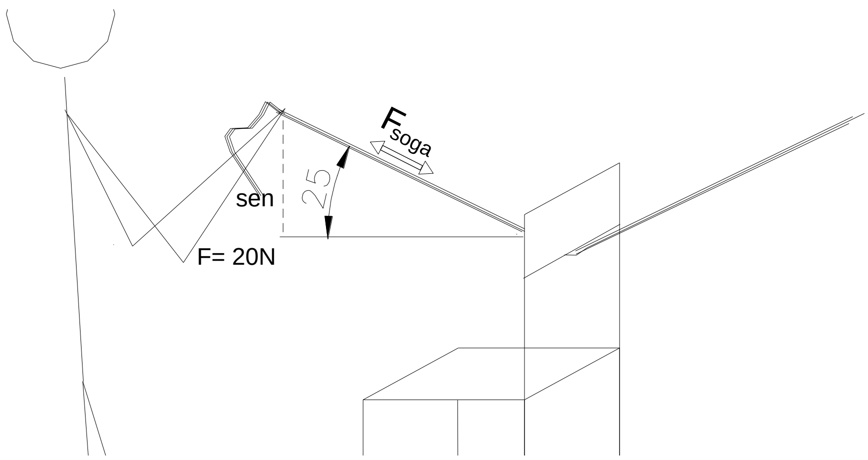
Y también hace que aumente la fuerza que soporta cada uno.

Si el ángulo de la soga con la horizontal es de 25°

Podemos calcular la fuerza que hace la soga (Fsoga) ya que la componente vertical (F =20N) es igual al seno de 25° multiplicado por la fuerza (Fsoga)



a- Calcula el valor de la fuerza para sostener la soga (Fsoga)



b- Calcula la fuerza necesaria para sostener la soga con un ángulo de 15°.

CINEMÁTICA

Ya vimos que las fuerzas son las que producen los movimientos, o las que impiden que se sigan moviendo. Y que cada vez que aplique una fuerza a un objeto, este tendrá una aceleración, que dependerá de su masa.

Ahora vamos a descubrir la forma de determinar la velocidad o la posición de ese objeto en movimiento.

La rama de la Física que estudia los movimientos se llama: **CINEMÁTICA**

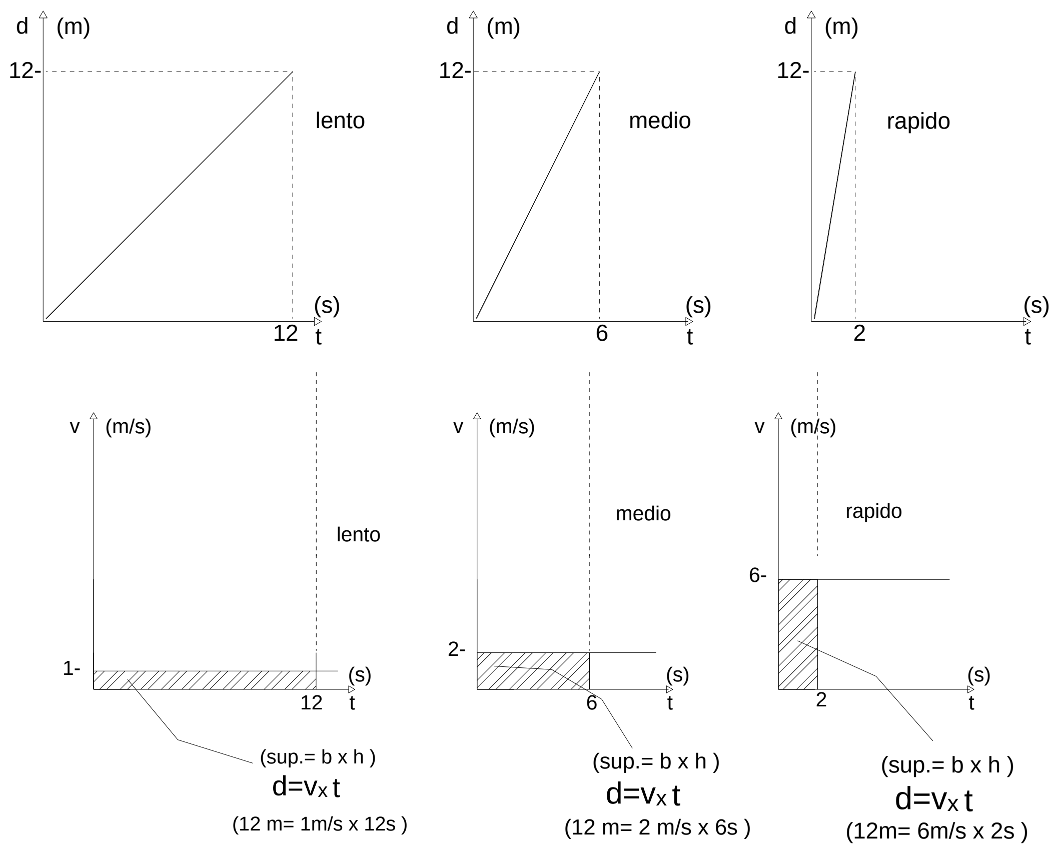
Si lanzo una bolita rodando por una mesa, esta se moverá siempre en línea recta, y tenderá a mantener su velocidad constante. (Dependiendo de la rugosidad de la superficie de la mesa) (la fuerza de rozamiento de la mesa con la bolita)

El movimiento en línea recta y a velocidad constante. Lo estudiaremos como Movimiento Rectilíneo Uniforme.

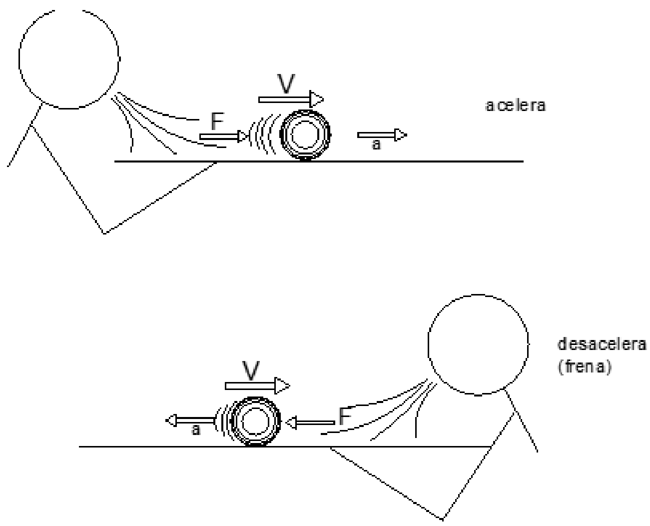
MRU
Movimiento Rectilíneo Uniforme

$\boxed{v = m/s}$

$\boxed{v = d / t}$ $v = \dfrac{(d_f - d_i)}{t}$ velocidad es la relación entre el cambio de posición y el tiempo empleado en recorrerlo



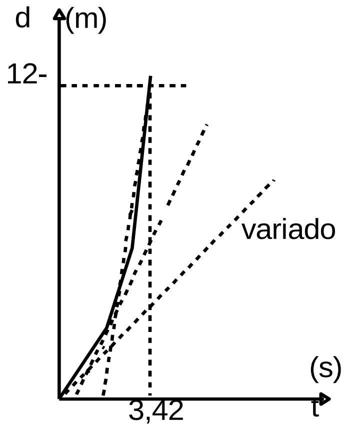
Si a la bolita del ejemplo anterior, le aplico una fuerza en forma constante, (soplo la bolita durante su recorrido) ésta tendrá una aceleración o desaceleración constante, (dependiendo de la dirección de la fuerza respecto de la dirección de la bolita). Por lo tanto, la velocidad del objeto varía en forma uniforme:



A este movimiento lo llamamos:

MRUV

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

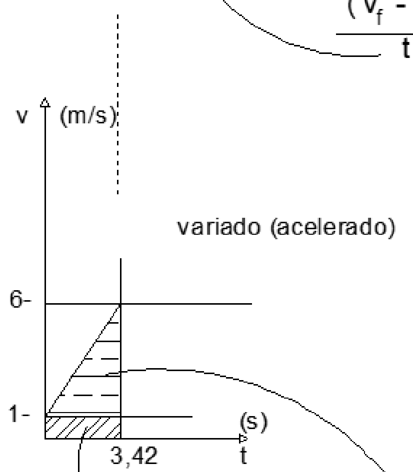


aceleración es la relación entre la variación de velocidad y el tiempo empleado en ese cambio

$v = m/s$

$$\frac{(v_f - v_i)}{t} = a \qquad \frac{\frac{m}{s}}{s} = \boxed{a = m/s^2}$$

t



$(v_f - v_i) = a \times t$

$$\boxed{d = v \times t + \frac{a \times t^2}{2}}$$

(sup.= b x h) (sup.= $\frac{b \times h}{2}$)

$$d = v \times t + \frac{(v_f - v_i) \times t}{2}$$

$$12\ m = 1 m/s \times 3{,}42s + \frac{(6m/s - 1m/s) \times 3{,}42s}{2}$$

Las fórmulas principales de la cinemática son:

$$d = Vi \times t + \frac{a \times t^2}{2}$$

$$Vf = Vi + a \times t$$

$$Vf^2 = Vi^2 + 2 \times a \times d$$

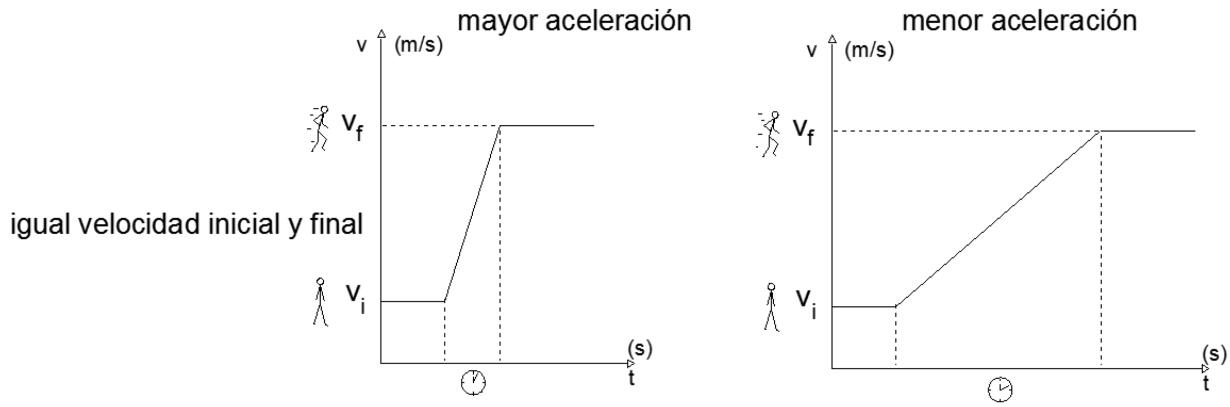
$d =$ distancia, se mide en (m) metros

$t =$ tiempo, se mide en (s) segundos

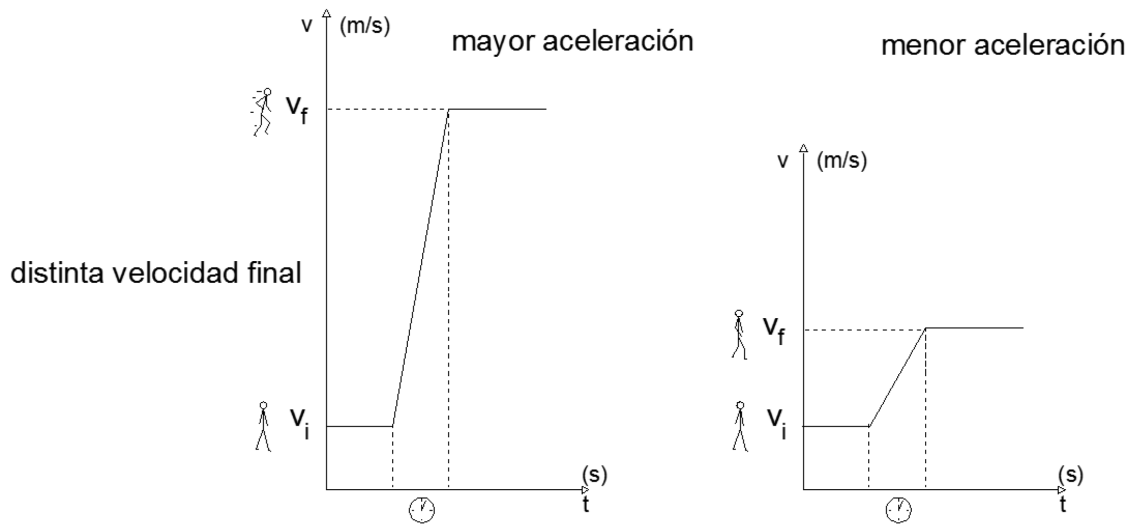
$V =$ Velocidad, se mide en $\left(\frac{m}{s}\right)$ metros sobre segundos

$Vi =$ Velocidad inicial $\quad Vf =$ Velocidad final

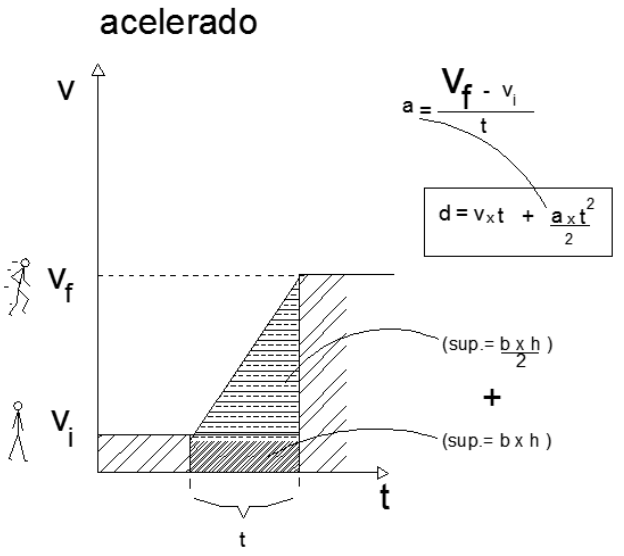
$a =$ aceleración, se mide en $\left(\frac{m}{s^2}\right)$

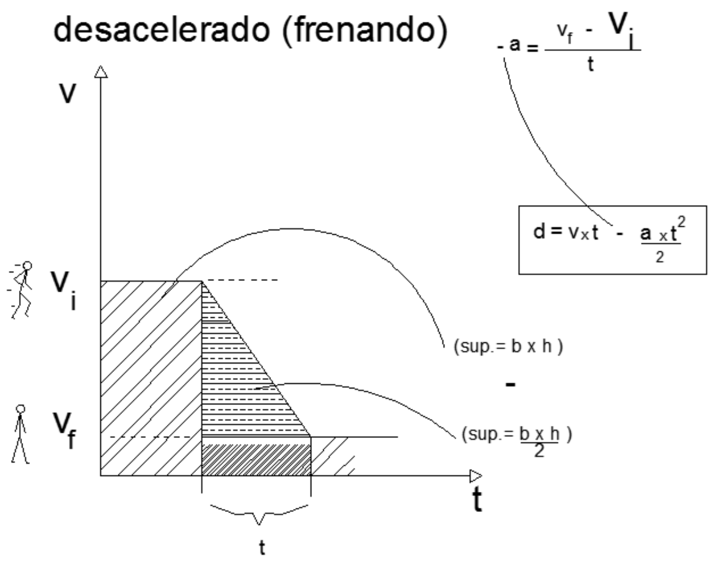


varia el tiempo en alcanzar la velocidad final



mismo tiempo en alcanzar la velocidad final





Experimento N°7

Deja caer una pelota u otro objeto desde una buena altura, (una terraza por ejemplo) y filma con tu celular mientras cae.

¿Cómo es su velocidad, aumenta o se mantiene constante?

Ahora tira la pelota desde el suelo hacia arriba, y vuelve a filmar el movimiento.

Veras que se comporta de la siguiente manera:

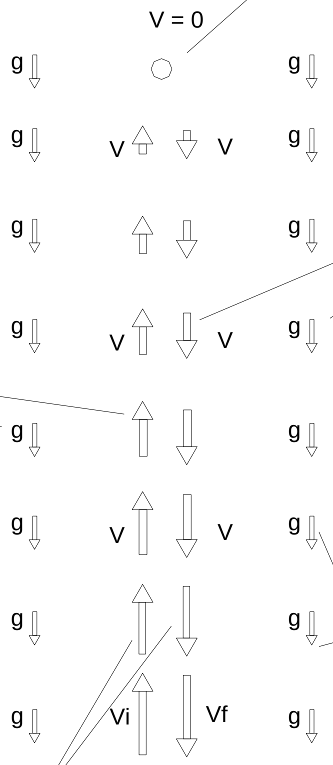
En el punto más alto la velocidad es nula

En un movimiento vertical reemplazamos la aceleración (a) por la gravedad (g) en nuestras ecuaciones.

$$d = Vi \times t - \frac{g \times t^2}{2}$$

$$Vf = Vi - g \times t$$

$$Vf^2 = Vi^2 - 2 \times g \times d$$



Cuando sube, la aceleración de la gravedad está en contra y disminuye la velocidad. Por eso usamos el signo (-) menos

Cuando baja, la aceleración de la gravedad va en el mismo sentido y la velocidad aumenta. Por eso usamos el signo (+) más

$$d = Vi \times t + \frac{g \times t^2}{2}$$

$$Vf = Vi + g \times t$$

$$Vf^2 = Vi^2 + 2 \times g \times d$$

La gravedad (g) siempre esta actuando

$$g = 9{,}81 \, \frac{m}{s^2}$$

La velocidad a iguales alturas es igual en modulo.

Ejemplo:

Calcular la profundidad de un pozo conociendo el tiempo que tarda una roca en llegar al fondo.

Esta experiencia la hemos visto en varias películas.

Deja caer la piedra, y toma el tiempo que demora en llegar al fondo.

El tiempo fue de 4 segundos.

Sabemos que la aceleración de la gravedad es de 9,8 m/s^2 (siempre utilizaremos ese valor)

Y la velocidad inicial es =0 porque solo soltamos la piedra, no la tiramos.

Datos:

t = 4 s

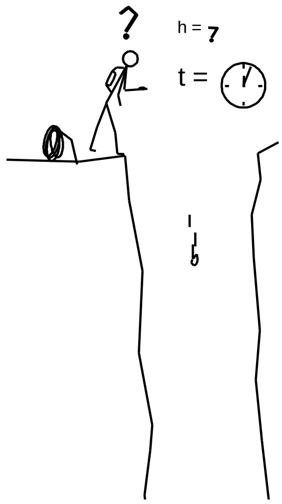
g = 9,81 m/s2

Vi = 0 m/s

d = ??

Ahora debo buscar una ecuación en la que se encuentren todas estas variables.

$$d = Vi \times t \;+\; \frac{a \times t^2}{2}$$



Reemplazo los números y calculo.

$$d = \frac{9{,}81\,\frac{m}{s^2} \times 4s^2}{2}$$

d = 78,4 m

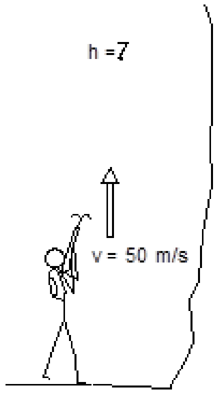
La profundidad del pozo es de 78,4 metros.

Ejemplo:

Lanzo un gancho hacia arriba, el lanzador tiene una velocidad de 50 m/s.

¿A qué altura llegará el gancho?

Tenemos la velocidad inicial de nuestro movimiento (50 m/s) la aceleración de la gravedad que en este caso será negativa porque va a “frenar” el gancho, Y como su velocidad irá disminuyendo a medida que sube, al llegar al punto más alto, su velocidad será = 0. (Se detendrá un instante antes de comenzar a caer) esa será la velocidad final de nuestro movimiento.



Datos:

Vi = 50 m/s

g = 9,81 m/s^2

Vf = 0 m/s

d = ¿?

Con los datos, buscamos una ecuación en la que se encuentren todas las variables.

$$Vf^2 = Vi^2 + 2 \times a \times d$$

De esta fórmula despejo la distancia:

$$\frac{Vf^2 - Vi^2}{-2 \times g} = d$$

Reemplazo los valores y calculo.

d = 127,5m

El gancho llega hasta los 127,5 metros de altura.

Ejercicio N°5:

Suelto una piedra desde la terraza de un edificio, y demora 3 segundos en llegar al suelo.

a- Calcula la altura del edificio.

b. Calcula la velocidad a la que llega al suelo.

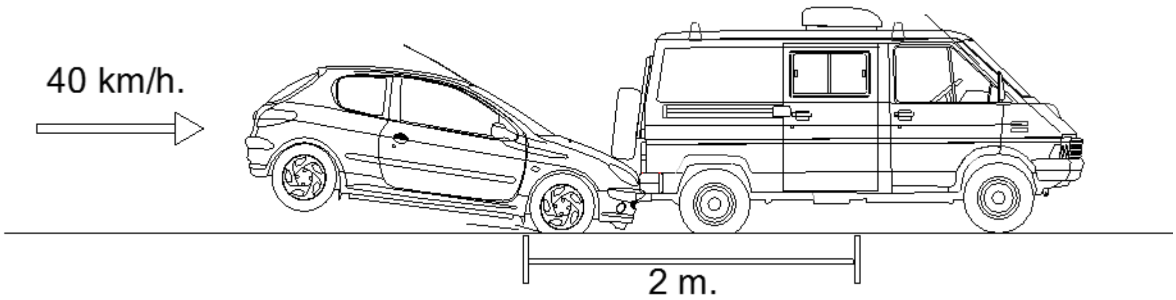
Siempre que realicemos un ejercicio matemático en Física, el mismo debe tener un significado físico, su objetivo debe ser descubrir el mundo real.

Por ejemplo:

¿Qué ocurre en un choque? Generalmente todo pasa tan rápido que no comprendemos qué pasó o cómo pasó.

Analicemos un choque simple.

Una cosa muy importante es que los resultados de un ejercicio tengan un valor real. Darle un significado a lo que estoy calculando.



Un Peugeot 206 venía a 40 km/h y chocó de atrás a una Trafic. Luego del impacto la arrastró 2m hasta detenerse por completo.

Determinar qué daños sufrieron sus ocupantes por la desaceleración del choque, y en cuanto tiempo transcurrió el mismo.

Convertimos los km/h en m/s

$$40\ \frac{km}{h} \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{1h}{3600s} = 11{,}11\ \frac{m}{s}$$

Datos:

Vi = 11,11 m/s

d = 2 m

Vf = 0 m/s

a = ¿?

t = ¿?

Formula a utilizar:

$$Vf^2 = Vi^2 + 2 \times a \times d$$

Despejamos la aceleración de la fórmula:

$$\frac{Vf^2 - Vi^2}{2 \times d} = a$$

Reemplazamos por los valores y calculamos.

La desaceleración es de: a = - 30,85 m/s2

Podemos averiguar cuanto duró el choque.

Utilizamos esta fórmula:

$$Vf = Vi + a \times t$$

Despejamos el tiempo t y reemplazamos,

$$\frac{Vf - Vi}{a} = t$$

El tiempo en el que transcurre el choque es de: t = 0,36 s

Lo importante en este ejercicio es descubrir la utilidad de los resultados. Su aplicación.

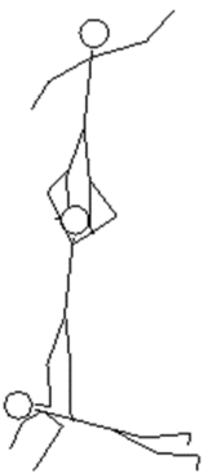
Analizar los resultados, que no sean solo números.

Si preguntamos por la velocidad del auto, con 11 m/s, nadie sabe exactamente, qué velocidad es, pero si decimos 40 km/h, todos tenemos una idea, de que es una velocidad moderada o lenta.

Si hablamos del tiempo, t = 0,36 segundos, es medio segundo, podemos comprobar al mirar el reloj que es más o menos lo que demoro en parpadear.

Ya tenemos un dato interesante, el accidente demoró medio segundo. Es por eso que nunca saben qué ocurrió.

Cuando analizamos la aceleración, lo más acertado es compararla con una aceleración conocida, como la aceleración de la gravedad: (9,81 m/s2) entonces una aceleración de 30,85 m/s2 es aproximadamente 3 veces la aceleración de la gravedad o lo que comúnmente se dice una aceleración de 3G.



Pensemos, si con 1G, o sea, (9,81 m/s2) multiplicada por mi masa, yo soporto una fuerza igual a mi peso, con 3G, sentiría que mi peso es 3 veces mayor.

El hombre que manejaba, no usaba cinturón de seguridad, según él: se sostenía muy bien con los brazos.

En el momento del choque sus brazos debieron sostener 3 veces su peso.

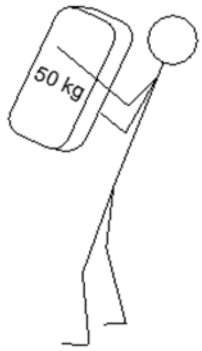
¿Podrías soportar dos personas paradas sobre tus brazos?

En el asiento del acompañante viajaba una mamá con su hijo en brazos.

Su hijo tenía una masa de 17 kg.

Según ella, decía que: no había problema, porque lo sostenía con fuerza, y no es muy pesado.

En medio segundo, su hijo pesaba el equivalente a una bolsa de cemento de 50 kg., por supuesto que no podía sostener una bolsa se cemento con las manos.



(17kg . 3G = 51kg)

No debemos olvidar que todos estos fenómenos sucedieron en medio segundo.

Un ejercicio así, no solo ayuda a tomar conciencia, sino que también puede despertar la curiosidad del alumno.

Ejercicio N°6

Si chocan a 60Km/h:

a- Calcula la desaceleración. ¿A cuántas G se aproxima?

b- Si mi masa es de 85 kg. ¿Cuál sería mi masa aparente al momento del choque?

Si aumento la distancia de deformación de los vehículos a 3m.

c- ¿Qué pasará con la desaceleración?

Es por esa razón que los autos modernos se diseñan para deformarse, no como los autos de antes que eran tan duros, de esta manera, el impacto es más suave.

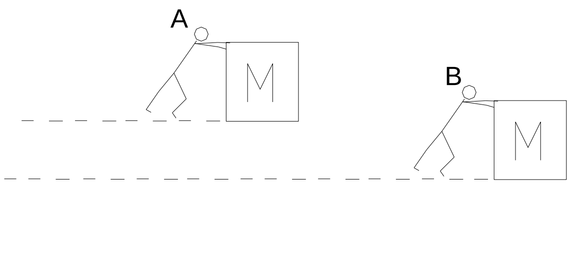
Así el alumno puede descubrir muchos factores útiles, que le pueden interesar, y lo fundamental, es que si le encuentra una utilidad, lo va a aprender.

Ya analizamos las fuerzas que producen los movimientos (Dinámica) y estudiamos como calcular esos movimientos (Cinemática) ahora descubriremos la energía que está involucrada en estos movimientos (Trabajo y Energía).

Trabajo

En el lenguaje cotidiano, la palabra “trabajo” se asocia a todo aquello que suponga un esfuerzo físico o mental.

Veamos un ejemplo: dos operarios A y B deben mover cajas iguales, pero diferentes distancias.

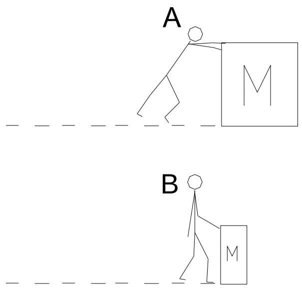


¿Quién trabajó más?

Observando la figura, podemos afirmar que B realizo un mayor trabajo, porque recorrió más distancia.

Podemos decir que mientras más largo es el recorrido, mayor es el trabajo realizado.

Ahora los operarios, recorrerán la misma distancia, pero con cajas de diferente masa, por lo tanto el operario A realizará más fuerza para mover su caja.



¿Ahora quién trabajó más?

En este otro caso A realizó más trabajo, porque debió aplicar una fuerza mayor.

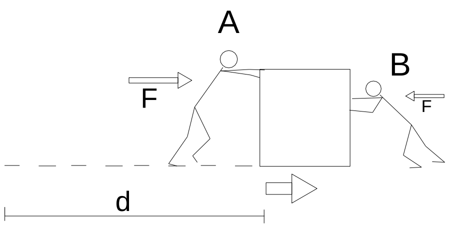
Podemos decir que, mientras mayor es la fuerza aplicada, mayor es el trabajo realizado.

En física se produce trabajo cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo que se desplaza.

Como al realizar un trabajo utilizamos nuestra energía, la unidad del trabajo es el Joule (J) y es la energía que le entregamos al cuerpo al que le aplicamos la fuerza.

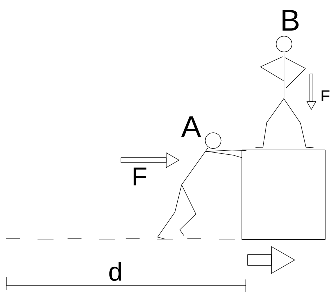
Al trabajo lo representaremos con la letra (W) y su unidad es el Joule [J] la fuerza (F) la medimos en Newton [N] y el desplazamiento (d) en metros [m]

W= F x d



Pero puede ser que el operario B empuje la caja en sentido contrario.

En este caso diremos que el operario B realizó un trabajo negativo, puesto que la dirección de la fuerza que ejercía es contraria al desplazamiento.

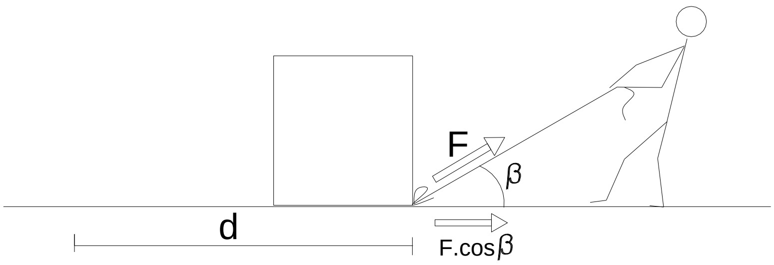


Y si el operario B está sobre la caja… también le está ejerciendo una fuerza, su peso.

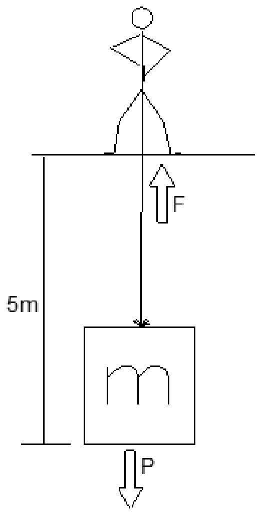
En este caso diremos que el operario B no realizó ningún trabajo porque la fuerza que realizó es perpendicular a la dirección del movimiento.

Entonces conviene agregar a la definición de trabajo: W= F x d x cos β

Con esto nos aseguramos que se considere solo la componente de la fuerza sobre la dirección del movimiento.



Por ejemplo:Calculemos el trabajo o la energía que utilizo al elevar una caja de 8 kg de masa a una altura de 5 metros:



Primero debo calcular cuanta fuerza estoy haciendo.

Esa fuerza es igual a su peso, que es la masa que posee (8kg), multiplicada por la aceleración de la gravedad (9,8 m/s^2) que es la que lo jala hacia abajo.

8kg x 9,81 m/s2 = 78, 48 N

Esa fuerza la voy a multiplicar por la distancia que lo desplacé (5m)

78,48 N x5 m = 392,4 J

392,4 J (Joule) es la energía que le aporte a la cajá al subirla.

¿Cuando trabajas todo el día, y estás muy cansado, dices que estas sin qué?........

Y para realizar un trabajo necesitas.........

¡¡¡Energía!!!! ¡¡Es lo que necesito para realizar un trabajo y lo que me consume el trabajo!!

Energía, fuerza y trabajo son conceptos que están muy relacionados, aunque son distintos entre sí.

El trabajo que empleamos para elevar la caja quedó acumulado en forma de energía en la caja, a esa energía la llamaremos Energía potencial, porque está *acumulada*, está en *potencia*, lista para ser liberada.

Energía potencial:

Energía potencial es la energía acumulada en un objeto dependiendo de su posición.

Imaginemos que soltarán una caja sobre nuestra cabeza.

¿Cuál liberará más energía al golpearnos?

¿La caja con poca masa o la que tiene mucha masa?

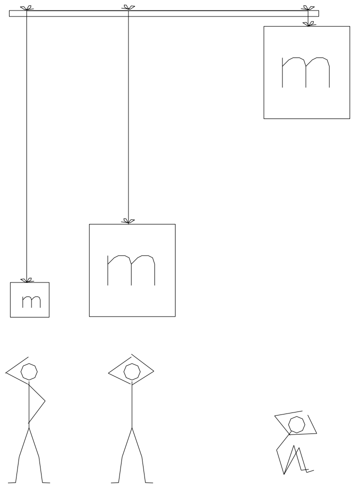
Mientras más masa tenga más dolerá.

Y mientras más alto esté, será mayor el golpe.

Ya sabemos entonces que depende de la masa y de la altura.

¿Pero si estamos en el espacio? Sin la fuerza de gravedad, no pasaría nada.

Entonces necesitamos la aceleración de la gravedad para que haga su trabajo.



La energía potencial será mayor, cuanto mayor sea la masa de la caja, y mientras más alto se encuentre. También dependerá de la fuerza de gravedad que es la que hará el trabajo de “traer la caja de vuelta al suelo”.

Con esto podemos definir a la energía potencial como el producto de la masa del cuerpo por la aceleración de la gravedad por la altura a la que se encuentra:

Ep [J] = m [kg.] x g [m/s^2] x h [m]

La altura la representamos con la letra “h” aunque no se escribe con h es para diferenciarla de la aceleración (a)

Ep= m $_x$ g $_x$ h

Calculemos la energía potencial que adquirió la caja que elevamos en el ejemplo anterior:

Ep= 8kg x 9,81 m/s^{2}x 5m = 392,4 J

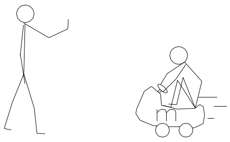
Es la misma energía que consumió el trabajo de elevarla, y quedó acumulada en ella.

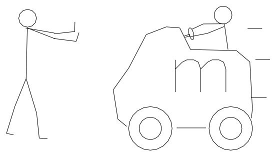
Cuando la caja caiga, su energía potencial se transformará paulatinamente en energía cinética.

Energía cinética:

La energía cinética es la energía que poseen los cuerpos en movimiento.

Al igual que con la energía potencial, vamos a imaginar, cuál de estos vehículos liberará mayor energía si me atropellan.

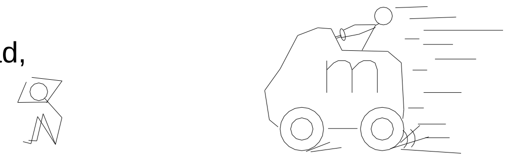




El vehículo chiquito, con poca velocidad, no me hará nada.

Un vehículo más grande con más masa, tendrá más energía.

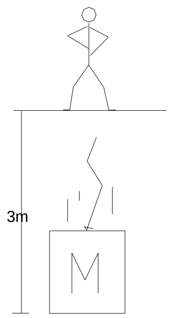
Pero si el vehículo tiene mucha velocidad, entonces su energía será mucho mayor.



Entonces ya sabemos de qué depende la Energía Cinética, será mayor mientras mayor sea la masa y más aún al aumentar su velocidad.

Ec [J] = ½ x m[kg] x (v[m/s]) ^{2}

$$\mathbf{Ec = \tfrac{1}{2} \times m \times v^2}$$



Ejemplo.

Vamos a dejar caer la caja del ejemplo anterior.

Si queremos calcular la energía cinética debemos calcular primero la velocidad.

Velocidad:

Para poder calcular la velocidad de un cuerpo en caída libre utilizaremos una de las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente variado:

Vf^2 = Vi^2 + 2 x a x d

Donde (Vf) es la velocidad final que alcanzará la caja (en [m/s]) (Vi) es la velocidad inicial, que en nuestro caso es =0.

(a) es la aceleración que para nosotros será la de la gravedad g = 9,81 m/s^2 y

(d) es la distancia que recorrió la caja en metros[m] 3m

Como la velocidad inicial (Vi) es igual a 0 entonces nos queda:

Vf^2 =

2 x g x d

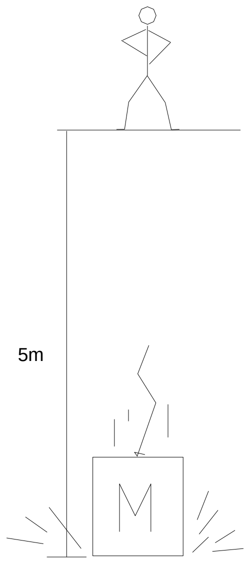
Por ejemplo podemos calcular la velocidad que alcanzó luego de 3 metros de caída

Vf: √ (2 x 9,81 m/s^2 x 3 m) = 7,67 m/s

Pero nosotros ahora queremos calcular la energía cinética que tendrá la caja al llegar al suelo:

Primero calculemos la velocidad que alcanza al llegar al suelo:

Vf: √ (2 x 9,81 m/s^2 x 5 m) = 9,9 m/s



La energía cinética será:

Ec: ½ x 8kg x (9,9 m/s)^2 = 392,4 J

Se liberó la misma cantidad de energía que había acumulado como energía potencial.

E igual a la energía que le aportamos con el trabajo al subirla.

Experimentemos un poco para poner estos conceptos en práctica.

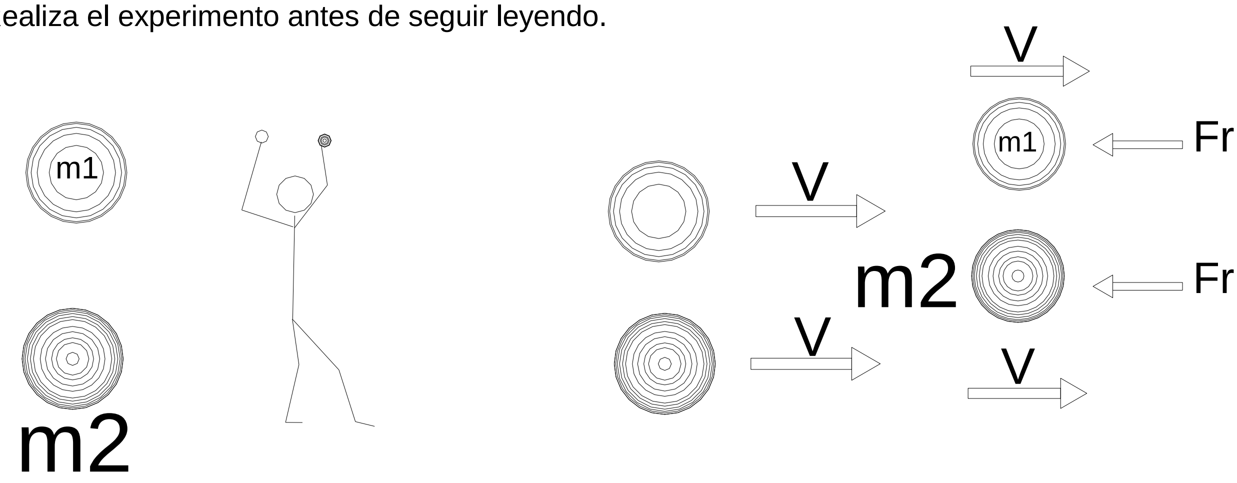
Vamos a tirar hacia adelante, una pelota de tergopol y una de goma pesada, que tengan el mismo diámetro. (Si no tienes, puedes hacer la prueba con una piedra y un trozo de tergopol que tenga la misma forma y tamaño)

Las dos pelotas las tiraremos con la misma velocidad. (V)

Por supuesto que el efecto del rozamiento con el aire, las frenará. Pero como las dos pelotas tienen el mismo tamaño y forma, la fuerza de rozamiento (Fr) del aire será igual en ambas.

¿Cuál llegará más lejos?

Realiza el experimento antes de seguir leyendo.



Si todo salió bien, la pelota de goma (o la piedra) llegó muy lejos, y la de tergopol, se frenó en el aire a medio camino.

Analicemos los datos que tenemos:

Llamaremos m1 a la masa del tergopol que es pequeña.

Y m2 a la masa de la pelota (o piedra) que es mayor.

Velocidad inicial es igual para ambas (V)

Fuerza de rozamiento, igual para ambas (Fr)

Masa m1 menor que m2

¿Qué formulas podríamos usar?

Calcular su velocidad final, pero nos faltaría saber la aceleración.

Tenemos la fuerza de rozamiento (Fr) que es una fuerza, y tenemos las masas.

Usaremos F = m .a

$$a_1 = \frac{Fr}{m_1}$$

Y despejemos la aceleración:

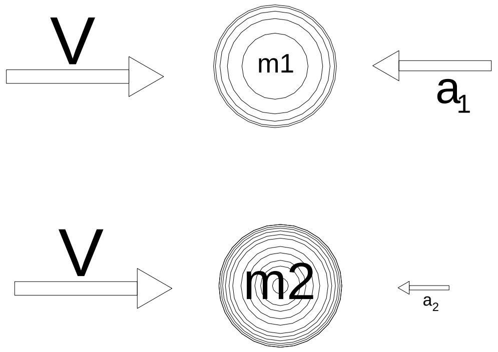
$$a = \frac{F}{m}$$

Vemos que si la fuerza de rozamiento (Fr) es igual

Para la masa pequeña (m1) la aceleración será grande.

$$a_2 = \frac{Fr}{m_2}$$

Y para una masa grande (m2) la aceleración será pequeña.



Pero esa aceleración es la que produce la fuerza de rozamiento que va en contra del movimiento, entonces será una desaceleración. Y es por esa razón que la pelota de tergopol se frenaba en el aire, tenía una desaceleración muy grande y por eso su velocidad se hacía igual a 0 casi inmediatamente.

Y, para la masa grande (m2), la desaceleración es muy pequeña, por eso llegaba tan lejos sin frenarse.

También podríamos analizarlo desde el punto de vista de las energías.

Al tirar las pelotas les doy energía cinética (Ec) y aunque las dos tienen la misma velocidad (V), al tener diferente masa, tendrán diferentes energías cinéticas.

Entonces, la pelota de goma (o la piedra) tendrá más energía que la pelota de tergopol.

$$Ec = \frac{1}{2} . m . v^2$$

$$Ec_1 = \frac{1}{2} . m_1 . v^2$$

$$Ec_2 = \frac{1}{2} . m_2 . v^2$$

Pero hay alguien más trabajando en este experimento, la fuerza de rozamiento (Fr).

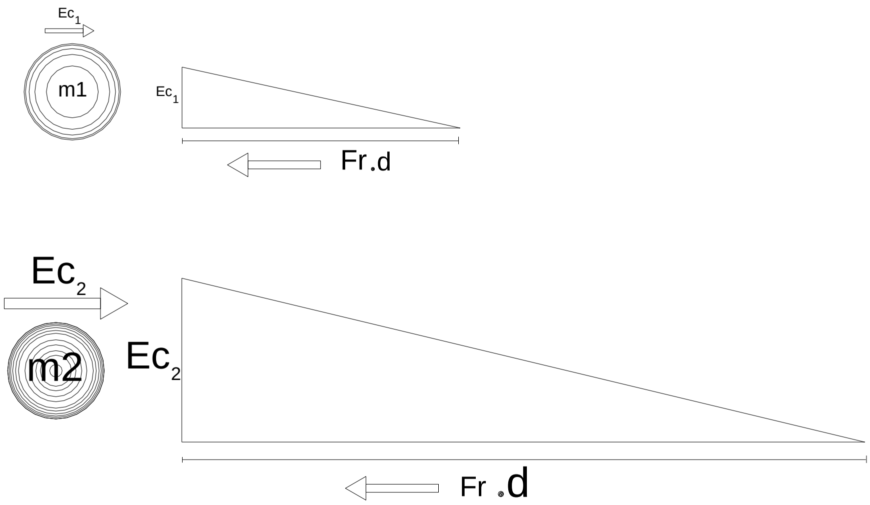
Que en este caso, como está actuando en la dirección contraria al movimiento, hará un trabajo negativo. Un trabajo negativo, no aporta energía a sistema, se la quita.

Por lo que podemos decir, que la fuerza de rozamiento (Fr) se está tomando el trabajo de quitar les la energía cinética (Ec) a las pelotas.

Como la fuerza de rozamiento es igual para las dos pelotas, la energía que consume aumenta con la distancia recorrida, porque es un trabajo (W).

$W = F \times d$

A la pelota de tergopol se le acaba primero la energía cinética (Ec) porque es menor, y sin energía cinética, las cosas no se mueven. Por eso se detiene antes.



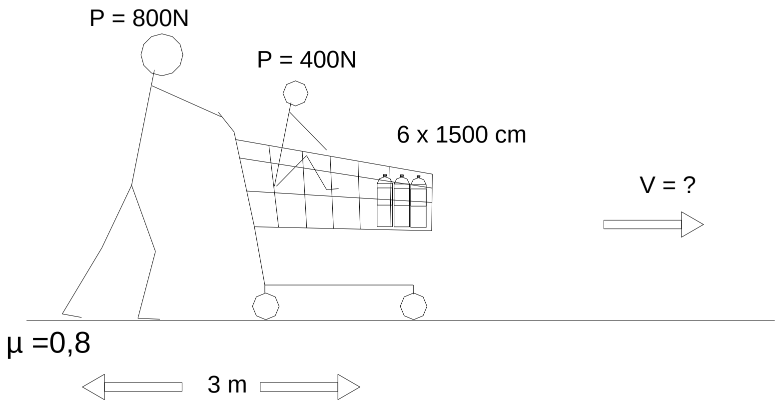
Vemos que un mismo experimento se puede explicar desde distintos puntos de vista, y utilizando diferentes ecuaciones.

Ejercicio N°7

Estoy otra vez en el supermercado, esta vez con mi hermanito menor que pesa 400N, y compré 6 botellas de 1500 cm^3 de agua.

a- ¿Cuánta masa estoy empujando? m=

Si el coeficiente de rozamiento del suelo con mis zapatillas es de $\mu = 0{,}8$ y mi peso es de 800N.



b- ¿Cuál es la fuerza máxima con la que puedo empujar el carro sin resbalar? Fr=

c- Comienzo a correr con el carro, ¿Cuál es la aceleración que alcanzaré? Cuidado que en este caso, no solo empujo el carro, si no, que corro con él, por lo que estoy moviendo mi masa y la del carro. a=

d- Corro con el carro, unos 3 metros, ¿cuánto trabajo realicé? W=

e- ¿Qué velocidad final alcancé con esa aceleración, en los 3 metros que recorrí? v=

f- ¿Cuál es el valor de nuestra energía cinética al final del recorrido? Ec=

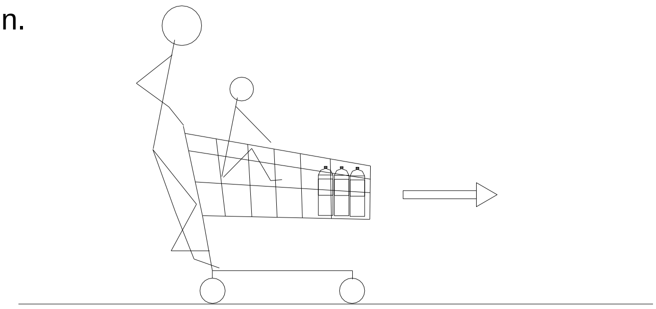
Subo los pies al carro y continuamos con la misma velocidad por unos 5 segundos.

Si la velocidad es constante, no hay aceleración.

g- ¿Qué distancia recorrimos?

h- ¿Realicé algún trabajo en esta etapa?

i- ¿Varió la energía cinética?

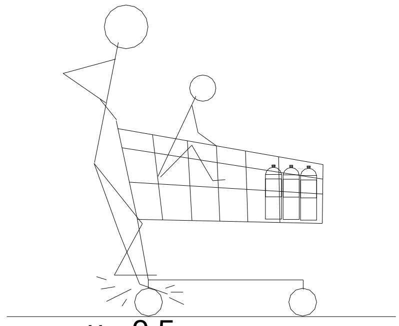


Para frenar el carro, coloco mi pie frenando una rueda, el coeficiente de rozamiento de la rueda y el suelo es de μ =0,5.

Si suponemos que el peso se distribuye uniformemente entre las 4 ruedas.

j-¿Cuánto peso soporta cada rueda? Y ¿Cuánto valdrá la fuerza normal (N) en la rueda que frené? N=

k- ¿Cuánto vale la fuerza de frenado? Fr=



μ =0,5

l- ¿De cuánto será la desaceleración? Recuerda que la fuerza de frenado debe detener a toda la masa, (el carro y yo) –a=

m- ¿Qué distancia recorreremos antes de detenernos por completo? d=

Recuerda que la velocidad inicial será la que traíamos, la final =0 y la desaceleración, la que acabas de calcular.

n- ¿Cuánto trabajo realizó la fuerza de frenado? W=

Ejemplo de aplicación de fórmulas.

Para calcular la velocidad a la que venia un vehiculo midiendo el largo de su frenada

Mis datos son:(d) largo de la marca

μ coeficiente de rozamiento entre las dos superficies.

la velocidad final será =0

la masa del vehiculo m (aunque no es necesaria)

$$Vf^2 = Vi^2 - 2 \times a \times d$$

Despejo la velocidad inicial

$$Vi = \sqrt{2 \times a \times d}$$

Con la aceleración (a) ya puedo calcular la velocidad Vi

Necesito la aceleración (desaceleración) (frenado)

La obtengo de la fuerza necesaria para frenar el vehiculo

$$F = m \times a$$

Con F puedo despejar (a)

$$a = \frac{F}{m}$$

Me falta la fuerza F que es la fuerza de rozamiento Fr entre el suelo y las ruedas.

$$Fr = \mu \times N \qquad P = N$$

Con el peso P = N y con μ puedo calcular Fr que será F

En este caso N es igual al peso del vehiculo P

$$P = m \times g$$

La masa y la gravedad las tengo y calculo P

Colocando todas las ecuaciones juntas, me doy cuenta que no necesito saber la masa del vehículo.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Fr}{m} = \frac{\mu \times N}{m} = \frac{\mu \times \cancel{m} \times g}{\cancel{m}} = \mu \times g$$

$$\boxed{a = \mu \times g}$$

Ejercicio N°8:

En la esquina de mi casa hubo un choque, los peritos midieron la marca de la frenada en el asfalto para determinar a qué velocidad venía uno de los autos.

Datos:

Distancia de la marca 17m.

Coeficiente de rozamiento entre goma y asfalto μ = 0,95

¿A qué velocidad venía el auto?

Formulas que necesito saber:

Cinemática:

$d = Vi \times t$ si la velocidad es constante

$d = Vi \times t + \frac{a \times t^2}{2}$

$Vf = Vi + a \times t$ si hay una aceleración

$Vf^2 = Vi^2 + 2 \times a \times d$

el signo (+) cambirá por el (-) si es desacelerado

si se trata de una caida libre o un tiro vertical
la (a) aceleración será la de la gravedad (g)

$d =$ distancia, se mide en (m) metros

$t =$ tiempo, se mide en (s) segundos

$Vi =$ Velocidad, se mide en $\left(\frac{m}{s}\right)$ metros sobre segundos

Para convertir la velocidad de $\frac{m}{s} \times \frac{3600s}{1000m} = \frac{km}{h}$

$\frac{km}{h} \times \frac{1000m}{3600s} = \frac{m}{s}$

Dinámica:

$F = m \times a$

$P = m \times g$

$Fr = \mu \times N$

$\mu =$ coeficiente de rozamiento entre dos superficies.
no tiene unidades

$a =$ aceleración, se mide en $\left(\frac{m}{s^2}\right)$

$g =$ aceleración de la gravedad mide: $9{,}81 \frac{m}{s^2}$

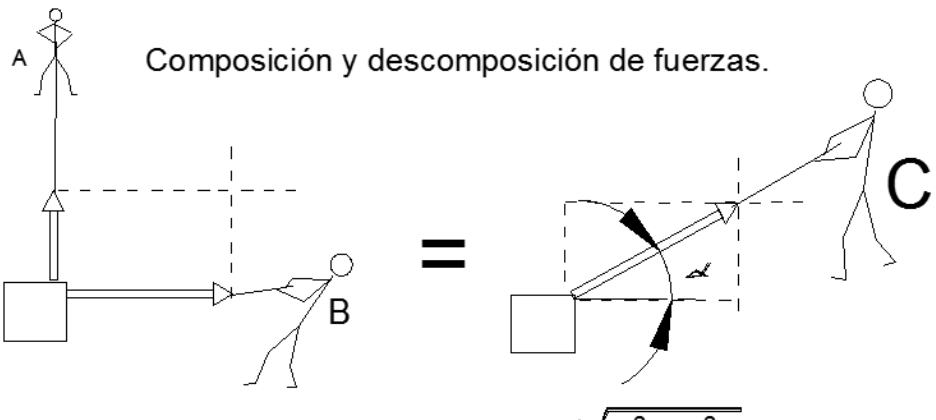
$F =$ fuerza, se mide en (N) Newton

$P =$ el peso es una fuerza

$Fr =$ fuerza de rozamiento

$N =$ fuerza normal entre las dos superficies.

Composición y descomposición de fuerzas.



$A = C \times \operatorname{sen} \alpha$

$B = C \times \cos \alpha$

$C = \sqrt{A^2 + B^2}$

$\alpha = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{A}{B}\right)$

Trabajo: W= F x d x cos β

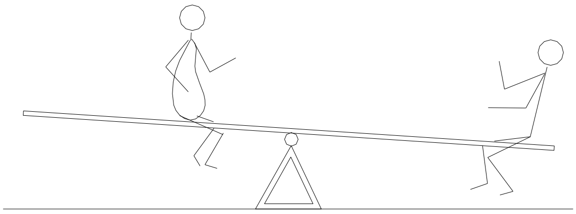
Energía Potencial: Ep= m x g x h

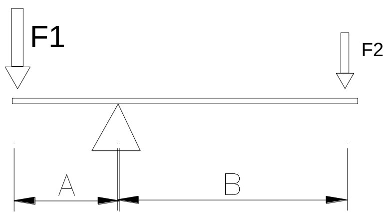
Energía Cinética: Ec = ½ x m x v^2

Palanca:

Si alguna vez jugaste a hacer equilibrio en un sube y baja, entonces ya tienes muy claro las leyes de la palanca.

Si nunca lo hiciste… Corre hasta una plaza y ponte a practicar, la Física es experimentación.





F1 x A = F2 x B

Sabes muy bien que si tú eres el más pesado debes acercarte al centro, y si pesas muy poco, te iras al extremo para lograr el equilibrio.

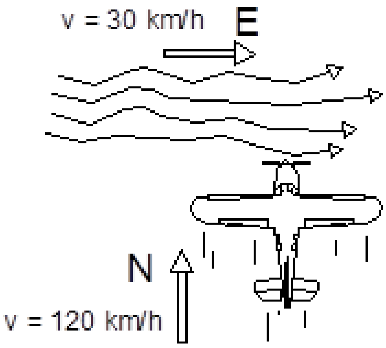
Si lo vemos como un sistema de fuerzas, el torque que produce la fuerza (F1) por su brazo de palanca (A) debe equilibrarse con el torque de la fuerza (F2) por su brazo de palanca (B).

De esa forma se consigue el equilibrio.

<u>Finalmente vamos a poner en práctica algunos de los conocimientos adquiridos</u>

Utilizando tus conocimientos de Física, resuelve las dificultades que se le presentan a este aventurero para obtener el tesoro.

9- ENCONTRAR LA UBICACIÓN DE LA CUEVA.



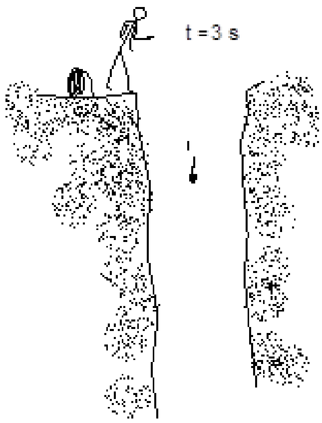
En el diario del profesor, dice que partió del aeródromo de Esquel con dirección Norte a una velocidad de 120km/h y a las 3 horas, su avioneta se estrelló.

Fue allí donde encontró la cueva.

También sabemos que en la zona corren vientos permanentes con dirección Este de 30km/h en promedio.

¿A qué distancia del Aeródromo y en qué dirección (cuantos grados al Oeste o al Este) se encontrará la cueva?

10 -ENCONTRAMOS LA CUEVA.

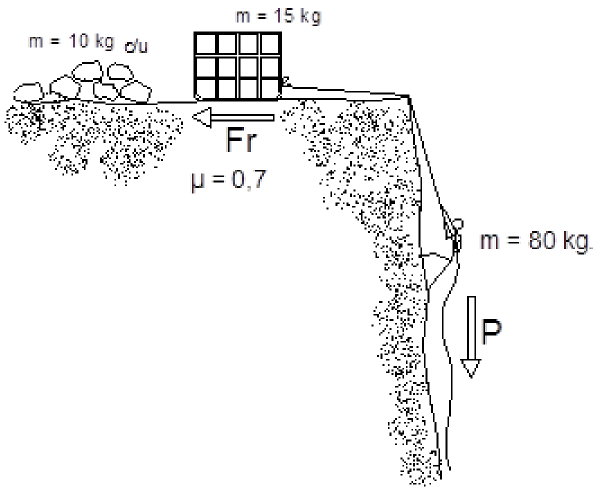


La cueva se encuentra en el fondo de una fosa.

Necesito saber ¿A qué profundidad está la cueva?

Para ello suelto una piedra y calculo el tiempo que tarda en llegar al fondo. Fueron 5 segundos.

11- ME PREPARO PARA DESCENDER



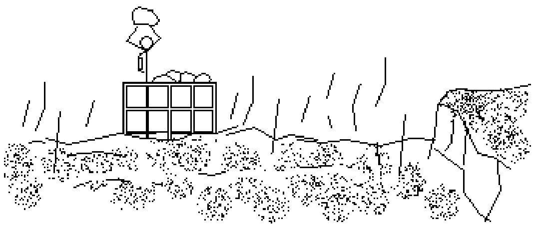
Até la cuerda a un cajón de unos 15 kg de masa, también hay rocas de unos 10 kg cada una.

Si mi masa es de 80 kg y calculo que el coeficiente de rozamiento entre el cajón y el suelo, no debe superar los 0,7

¿Cuántas piedras le pondré al cajón como mínimo para que no se deslice?

12- DERRUMBE

Se derrumbó una parte del fondo y terminé flotando sobre un lago de lava y lo único que tengo a mano, son grandes rocas.

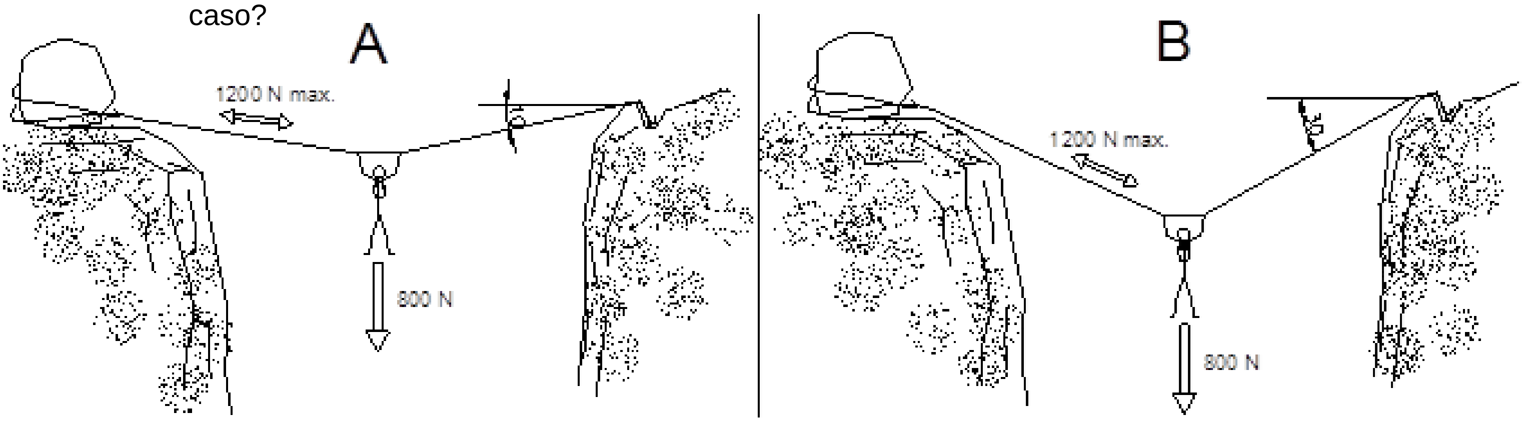


¿Cómo puedo llegar a la orilla?

¿Qué principio físico estaré aplicando?

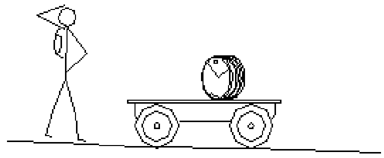
13- EL ABISMO

Debo cruzar al otro lado de un gran barranco, para ello, lancé el arpón al otro lado del abismo y até la cuerda a una roca. Pero la cuerda soporta una tensión máxima de 1200N. ¿De qué forma me conviene atarla (A o B)? ¿Cuánta tensión soporta en cada caso?



14- EL CARRO.

Necesito usar un carro, pero tiene un barril sucio con grasa y no quiero tocarlo.



¿Cómo lo saco?

¿Qué principio físico estaré aplicando?

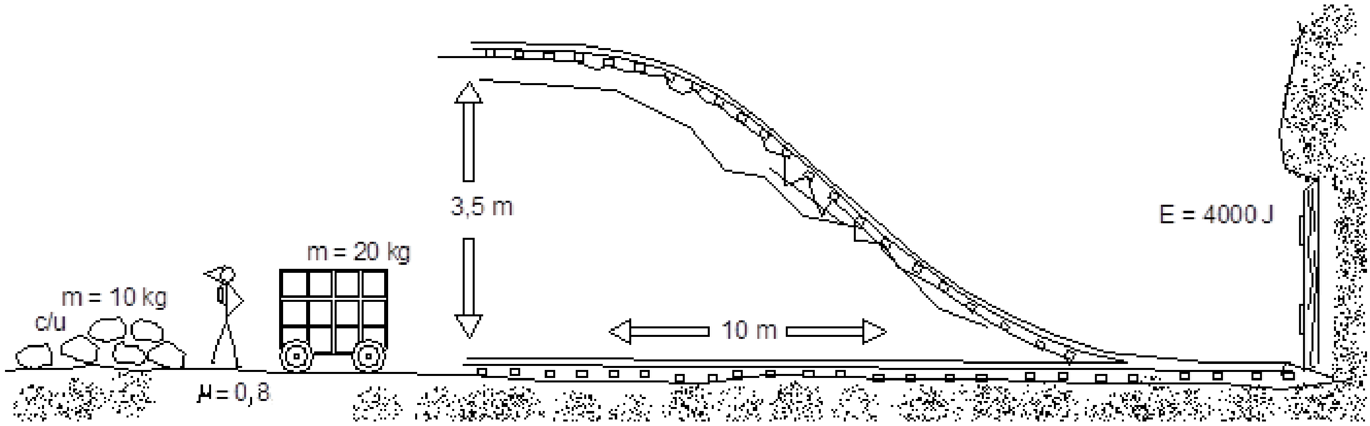
15- LA PUERTA

Encontré unas vías, y las seguí hasta una puerta. En el diario del profesor, dice que se necesitan al menos 4000J para abrirla.

a- Si lanzo el carro desde la loma, ¿cuantas piedras como mínimo tendré que agregarle para lograr la energía suficiente? ¿Qué tipo de energía será?

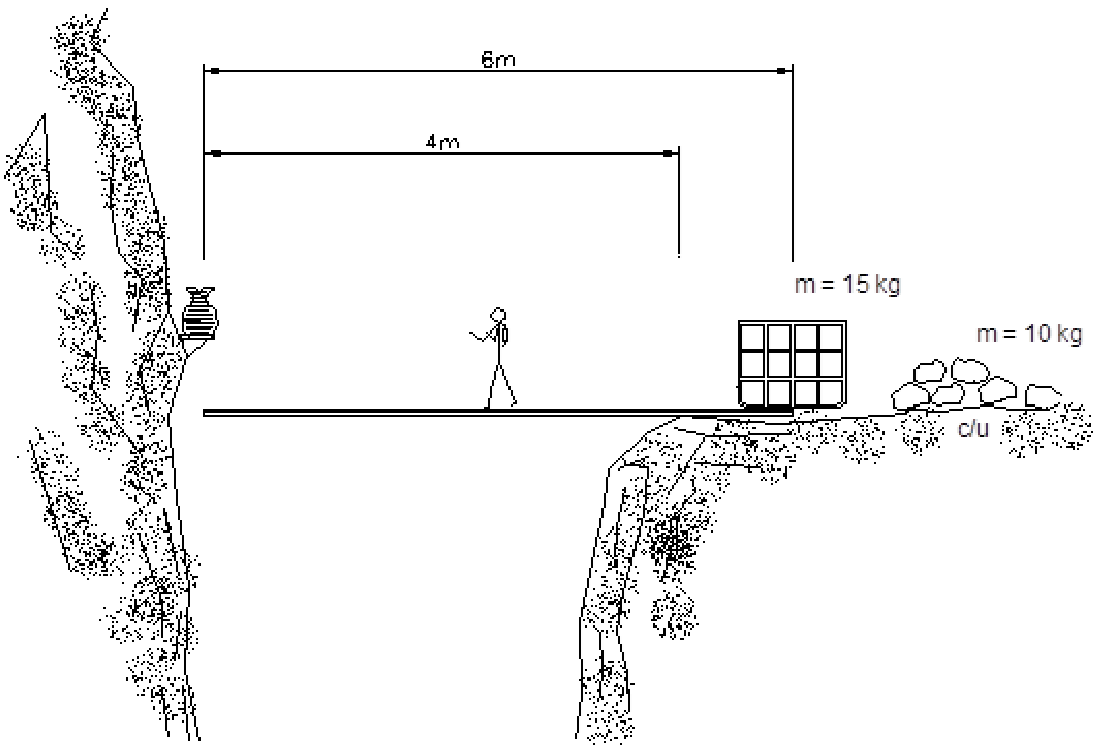
b- ¿Y si solo empujo el carro por la vía horizontal? Mi peso es de 800N y el coeficiente de rozamiento entre el suelo y mis zapatillas debe ser de 0,8. ¿Cuál será la fuerza con que puedo empujar el carro sin resbalar? ¿Qué aceleración?

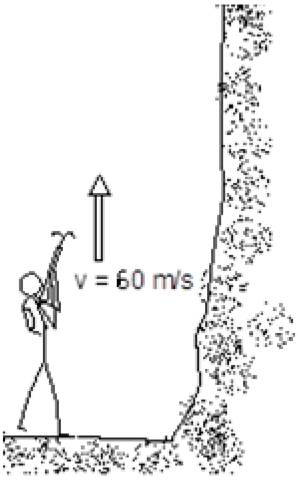
¿Qué velocidad alcanzaré considerando la masa del carro y la mía? ¿Cuánta energía lograré? ¿Necesitaré agregar piedras? ¿Cuántas? ¿Qué tipo de energía será?



16- EL TESORO

Encontré el tesoro, pero está al otro lado de una grieta de 4m de ancho, usaré un tablón de 6 m de largo, y el cajón con piedras para hacer contrapeso. ¿Cuántas piedras tendré que poner en el cajón como mínimo, para que soporte mi peso en la punta del tablón?





17- AHORA ¿CÓMO SALIR?

La profundidad a la que estoy es de 90m.

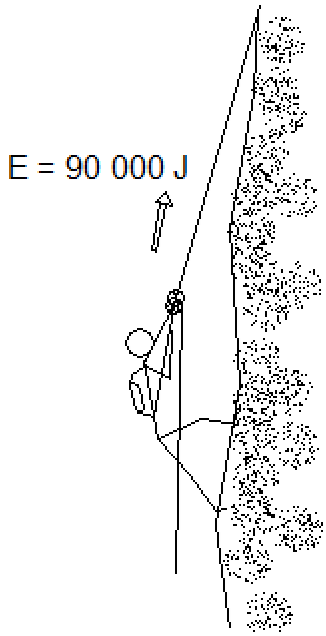
Tengo un arpón con una cuerda, y el lanzador dice “velocidad máxima 60 m/s.”

¿Será suficiente para alcanzar la superficie? ¿A qué altura llegará el arpón?

18- EL MALACATE

Tengo un malacate eléctrico que me ayudará a subir.

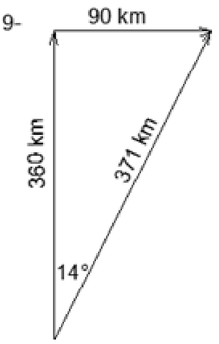
La energía de la batería es de 90 000 J, considerando que el trabajo que realizará el aparato, depende de la distancia (altura) y la fuerza (peso)



¿Cuánto peso extra podré cargar en mi mochila, para llegar a la superficie?

Recuerda que mi peso es de 800N, y me encuentro a una profundidad de 90m,

RESPUESTAS:

1-a- 76,22kg	7-c- 4,87 m/s^2	9- 
1-b- 3,93 m/s^2	7-d- 1920 J	
2-a- 760N	7-e- 5,4 m/s	
2-b- 480N	7-f- 1920 J	
2-c- Pedro	7-g- 27m	
3- 0,8	7-h- 0 J	
4-a- 47,32 N	7-i- constante	12- 3° ley Newton
4-b- 77,27 N	7-j- 322N	13- A2303N B800N
5-a- 44,1 m	7-k- 161,02 N	14- 1°ley Newton
5-b- 29,4 m/s	7-l- -1,22m/s^2	15-a- 10 piedras Ep
6-a- 69,44 m/s^2	7-m- 11,9 m	15-b- 640N 6,29m/s^2 11,21m/s Ec 638,62J
6-b- 7G 595kg	7-n- 1920 J	
6-c- - 46,25 m/s^2	8- 17,79m/s 64km/h	16- 15 piedras
7-a- 49,81 kg	10- 122,5 m	17- 183m
7-b- 640N	11- 10 piedras	18- 200N

4.Matemática

Prof. Avaca, Rodolfo

La matemática es fundamental en la formación y crecimiento de cualquier estudiante de nivel superior. Comprender el avance de la tecnología y los nuevos conocimientos requieren una formación matemática adecuada. Por ello es esencial brindar a los alumnos los conceptos y elementos básicos a fin de que obtengan una herramienta útil para resolver diferentes problemas de su ámbito profesional y una mejor comprensión de los temas en asignaturas específicas de grado superior.

Están presentes prácticamente en la totalidad de nuestros actos y en la producción y el funcionamiento de casi todos los objetos que nos rodean, son asombrosas, interesantes y útiles; accesibles a todos; juegan un papel preponderante en la vida diaria, y tienen mucha importancia en nuestra cultura, desarrollo y progreso.

Se propone desarrollar las siguientes capacidades:

Desarrollar capacidad de análisis y razonamiento crítico.

Manejar con cierta precisión y claridad el lenguaje matemático.

Desarrollar la iniciativa y la capacidad creadora.

Aplicar las nociones adquiridas a la resolución de diversos tipos de problemas físicos.

Continuar desarrollando su sentido crítico, su capacidad de iniciativa y su capacidad creativa.

Reconocer la importancia de la asignatura como base de estudio de otras disciplinas de la carrera.

Desarrollar una actitud responsable y autónoma frente al material de estudio y las actividades propuestas que le permitan al alumno lograr el aprendizaje significativo y cooperar con el aprendizaje de sus pares.

Números Reales

“Los diferentes tipos de números reales fueron inventados para satisfacer necesidades específicas. Por ejemplo, los números naturales se necesitan para contar, los números negativos para describir una deuda o temperaturas bajo cero, los números racionales para conceptos como “medio litro de leche,” y números irracionales para medir ciertas magnitudes, como la diagonal de un cuadrado.”

Repasemos los tipos de números que conforman el sistema de números reales. Empecemos

con los números naturales:

1, 2, 3, 4, . . .

Los enteros constan de los números naturales junto con sus negativos y 0:

. . . , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, . . .

Construimos los números racionales al tomar razones de enteros. Entonces, cualquier número racional (r) puede expresarse como

$$r = \frac{m}{n}$$

Donde *m* y *n* son enteros y *n* = 0. Como ejemplos, tenemos:

$$\frac{1}{2}, -\frac{3}{7}, 46 = \frac{46}{1}, 0{,}17 = \frac{17}{100}$$

(Recuerde que una división entre 0 siempre se excluye, de modo que expresiones como (3/0) ó (0/0) no están definidas). También hay números reales, tales como $\sqrt{2}$, que no se pueden expresar como una razón entre enteros y por tanto se denominan números irracionales. Se puede demostrar, con diferentes grados de dificultad, que estos números también son irracionales:

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt[3]{2}, \pi, \frac{3}{\pi^2}$$

Por lo general el conjunto de todos los números reales se denota con el símbolo. Cuando usamos la palabra *número* sin más detalle, queremos decir “número real”. La Figura 1 es un diagrama de los tipos de números reales con los que trabajamos en este espacio curricular.

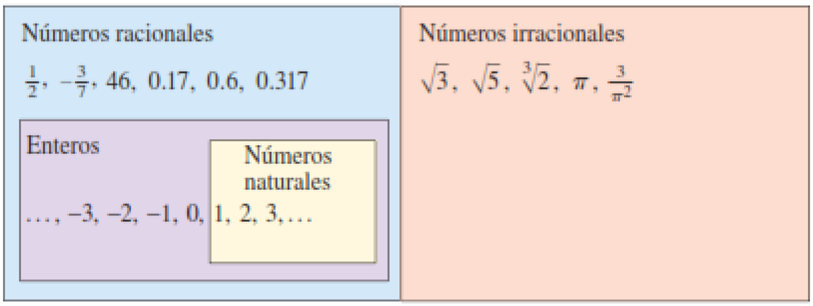


Figura 1: El sistema de números reales

Todo número real tiene una representación decimal. Si el número es racional, entonces su correspondiente decimal es periódico.

$\frac{1}{2} = 0{,}5$

$\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots = 0{,}\hat{6}$

$\frac{157}{495} = 0{,}3171717\ldots = 0{,}3\widehat{17}$

(El arco indica que la sucesión de dígitos se repite por siempre). Si el número es irracional, la representación decimal no es periódica.

$\sqrt{2} = 1{,}414213562373095\ldots$

$\pi = 3{,}141592653589793\ldots$

Si detenemos la expansión decimal de cualquier número en cierto lugar, obtenemos una aproximación al número. Por ejemplo, podemos escribir $\pi \cong 3{,}1416$

donde el símbolo ˜ se lee “es aproximadamente igual a”. Cuantos más lugares decimales retengamos, mejor es nuestra aproximación.

Propiedades de los números reales

Todos sabemos que:

2 + 3 = 3 + 2, 5 + 7 = 7 + 5 y 513 + 87 = 87 + 513, etc.

En álgebra, expresamos todos estos hechos (un infinito de ellos) si escribimos:

a + b = b + a

donde*a* y *b* son dos números cualquiera. En otras palabras, “*a* + *b* = *b* + *a*” es una forma concisa de decir que “cuando sumamos dos números, el orden de adición no importa”. Este hecho se conoce como *Propiedad Conmutativa* de la adición. De nuestra experiencia con números sabemos que las siguientes propiedades también son válidas.

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS REALES

Propiedades	Ejemplo	Descripción
Conmutativas		
$a + b = b + a$	$7 + 3 = 3 + 7$	Cuando sumamos dos números, el orden no importa.
$ab = ba$	$3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$	Cuando multiplicamos dos números, el orden no importa.
Asociativas		
$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(2 + 4) + 7 = 2 + (4 + 7)$	Cuando sumamos tres números, no importa cuáles dos de ellos sumamos primero.
$(ab)c = a(bc)$	$(3 \cdot 7) \cdot 5 = 3 \cdot (7 \cdot 5)$	Cuando multiplicamos tres números, no importa cuáles dos de ellos multiplicamos primero.
Distributivas		
$a(b + c) = ab + ac$ $(b + c)a = ab + ac$	$2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ $(3 + 5) \cdot 2 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$	Cuando multiplicamos un número por una suma de dos números, obtenemos el mismo resultado si multiplicamos el número por cada uno de los términos y luego sumamos los resultados.

La Propiedad Distributiva es de importancia crítica porque describe la forma en que la adición y la multiplicación interactúan una con otra. Esta propiedad aplica siempre que multiplicamos un número por una suma.

$(5x + 1).3 =$

Operaciones con números reales: Adición y sustracción

El número (0) es especial para la adición; recibe el nombre de identidad aditiva porque ($a + 0 = a$) para cualquier número real (a). Todo número real (a) tiene un negativo, ($-a$), que satisface [$a + (-a) = 0$]. La sustracción es la operación que deshace a la adición; para sustraer un número de otro, simplemente sumamos el negativo de ese número. Por definición:

$a - b = a + (-b)$

Para combinar números reales con números negativos, usamos las siguientes propiedades:

PROPIEDADES DE NEGATIVOS

Propiedad	Ejemplo
1. $(-1)a = -a$	$(-1)5 = -5$
2. $-(-a) = a$	$-(-5) = 5$
3. $(-a)b = a(-b) = -(ab)$	$(-5)7 = 5(-7) = -(5 \cdot 7)$
4. $(-a)(-b) = ab$	$(-4)(-3) = 4 \cdot 3$
5. $-(a + b) = -a - b$	$-(3 + 5) = -3 - 5$
6. $-(a - b) = b - a$	$-(5 - 8) = 8 - 5$

"No suponga que (–*a)* es un número negativo. Que (–*a)* sea negativo o positivo depende del valor de (*a*). Por ejemplo, si (*a* = 5), entonces (-*a* = -5), un número negativo, pero si (*a* = -5), entonces [-*a* = -(-5) = 5 (Propiedad 2), un número positivo."

La Propiedad 6 expresa el hecho intuitivo de que (*a – b)* y (*b – a)* son negativos entre sí.

La Propiedad 5 se usa a veces con más de dos términos:

$-(a + b + c) = - a - b - c$

$$-\frac{5}{2}(2x - 4y) =$$

<u>Operaciones con números reales: Multiplicación y división</u>

El número (1) es especial para la multiplicación; recibe el nombre de identidad multiplicativa porque (*a . 1 = a)* para cualquier número real *a*. Todo número real (*a)* diferente de cero tiene un recíproco, (1/*a)*, que satisface [*a* .(1/*a* = 1]. La división es la operación que deshace la multiplicación; para dividir entre un número, multiplicamos por el recíproco de ese número. Si (*b)* es un número distinto de (0), entonces, por definición:

$$\boldsymbol{\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}}$$

Escribimos [*a .* (1/*b*)] simplemente como (*a*/*b)*. Nos referimos a (*a*/*b)* como el cociente entre (*a)* y (*b)* o como la fracción de (*a)* sobre (*b)*; (*a)* es el numerador y (*b)* es el denominador (o divisor). Para combinar números reales usando la operación de división, usamos las siguientes propiedades:

PROPIEDADES DE LAS FRACCIONES

Propiedad	Ejemplo	Descripción
1. $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$	$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 7}=\frac{10}{21}$	Para **multiplicar fracciones**, multiplique numeradores y denominadores.
2. $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$	$\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}=\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{5}=\frac{14}{15}$	Para **dividir fracciones**, multiplique por el recíproco del divisor.
3. $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$	$\frac{2}{5}+\frac{7}{5}=\frac{2+7}{5}=\frac{9}{5}$	Para **sumar fracciones** con el mismo denominador, **sume los numeradores**.
4. $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$	$\frac{2}{5}+\frac{3}{7}=\frac{2\cdot 7+3\cdot 5}{35}=\frac{29}{35}$	Para **sumar fracciones** con **denominadores diferentes**, encuentre un común denominador y a continuación sume los numeradores.
5. $\frac{ac}{bc}=\frac{a}{b}$	$\frac{2\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{2}{3}$	**Cancele** números que sean **factores comunes** en numerador y denominador.
6. Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, entonces $ad=bc$	$\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$, así que $2\cdot 9=3\cdot 6$	**Multiplicación cruzada**.

Para sumar fracciones con denominadores diferentes, por lo general no usamos la Propiedad 4. En cambio, reescribimos las fracciones de modo que tengan el mínimo denominador común que sea posible (a veces menor que el producto de los denominadores), y luego usamos la Propiedad 3. Este denominador es el Mínimo Común Denominador (MCD).

"Recibe el nombre de Mínimo Común Denominador (MCD) de dos o más fracciones el número que resulta de calcular el mínimo común múltiplo (mcm) de los denominadoresde esas mismas fracciones, generalmente con el objetivo de obtener otras dos (o más) fracciones de igual denominador y respectivamente equivalentesa las fracciones iniciales, dado que solo se pueden sumar o restar fracciones que tengan el mismo denominador."

Intente hacer el siguiente ejercicio, combinando distintas operaciones entre fracciones:

$$\frac{\frac{5}{11}}{\frac{3}{21}+\frac{\frac{2}{14}}{\frac{3}{7}+\frac{7}{49}}}=$$

La recta real

Los números reales pueden ser representados por puntos sobre una recta, como se muestra en la Figura 3. La dirección positiva (hacia la derecha) está indicada por una fl echa. Escogemos un punto de referencia arbitrario (*O*), llamado el origen, que corresponde al número real (0). Dada cualquier unidad de medida conveniente, cada número positivo (*x*) está representado por el punto sobre la recta a una distancia de (*x*) unidades a la derecha del origen, y cada número negativo (–*x*) está representado por el punto a (*x*) unidades a la izquierda del origen. El número asociado con el punto (*P*) se llama coordenada de (*P*) y la recta se llama recta coordenada, o recta de los números reales, o simplemente recta real.

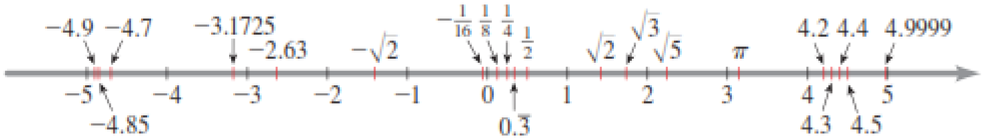


Figura 3: La recta real

Los números reales son *ordenados*. Decimos que *a* es menor que *b*y escribimos ($a < b$) si ($b - a$) es un número positivo. Geométricamente, esto significa que (*a*) está a la izquierda de (*b*) en la recta numérica, o bien, lo que es lo mismo, podemos decir que (*b*) es mayor que (*a*) y escribimos ($b>a$). El símbolo ($a<= b$) o ($b > = a$) quiere decir que ($a<b$) o que ($a = b$) y se lee "*a* es menor o igual a *b*".

<u>Conjuntos e intervalos</u>

Un conjunto es una colección de objetos, y estos objetos se llaman elementos del conjunto. Si (*S*) es un conjunto, la notación ($a \in S$) significa que (*a*) es un elemento de (*S*), y ($b \notin S$) quiere decir que (*b*) no es un elemento de (*S*). Por ejemplo, si (*Z*) representa el conjunto de enteros, entonces ($-3 \in Z$) pero (Pi $\notin Z$).

Algunos conjuntos pueden describirse si se colocan sus elementos dentro de llaves. Por ejemplo, el conjunto (*A*) que está formado por todos los enteros positivos menores que (7) se puede escribir como: $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

También podríamos escribir *A* en notación constructiva de conjuntos como $A=\{x/x$ es un entero y $0 <x< 6\}$

que se lee "*A* es el conjunto de todas las *x* tales que *x* es un entero y ($0 <x< 7$)". Si (*S*) y (*T*) son conjuntos, entonces su unión ($S \cup T$) es el conjunto formado por todos los elementos que están en (*S*)*o* (*T*) (o en ambos). La intersección de (*S*) y (*T*) es el conjunto ($S \cap T$)formado por todos los elementos que están en (*S*) *y* (*T*). En otras palabras,

$(S \cap T)$es la parte común de (*S)* y (*T)*. El conjunto vacío, denotado por Ø, es el conjunto que no contiene elementos.

Encuentre la unión y la intersección entre los conjuntos (A) y (B), sabiendo que:A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} y B = {2, 4, 6, 8}

Ciertos conjuntos de números reales, llamados intervalos, se presentan con frecuencia en cálculo y corresponden geométricamente a segmentos de recta. Si (*a* <*b)*, entonces el intervalo abierto de (*a)* a (*b)* está formado por todos los números entre (*a)* y (*b)* y se denota con (*a*, *b)*. El intervalo cerrado de (*a)* a (*b)* incluye los puntos extremos y se denota con [*a*, *b]*. Usando la notaciónconstructiva de conjuntos, podemosescribir

$(a, b) = \{x | a < x < b\}$

$$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$$

Nótese que los paréntesis () en la notación de intervalo y círculos abiertos en la gráfica indican que los puntos extremos están *excluidos* del intervalo, mientras que los corchetes o paréntesis rectangulares [] y los círculos sólidos indican que los puntos extremos están *incluidos*. Los intervalos también pueden incluir un punto extremo pero no el otro, o pueden extenderse hasta el infinito en una dirección o en ambas. La tabla siguiente es una lista de posibles tipos de intervalos:

Notación	Descripción de conjunto	Gráfica
(a, b)	$\{x \mid a < x < b\}$	a b
$[a, b]$	$\{x \mid a \leq x \leq b\}$	a b
$[a, b)$	$\{x \mid a \leq x < b\}$	a b
$(a, b]$	$\{x \mid a < x \leq b\}$	a b
(a, ∞)	$\{x \mid a < x\}$	a
$[a, \infty)$	$\{x \mid a \leq x\}$	a
$(-\infty, b)$	$\{x \mid x < b\}$	b
$(-\infty, b]$	$\{x \mid x \leq b\}$	b
$(-\infty, \infty)$	$\mathbb{R}$ (conjunto de todos los números reales)	

Realiza el siguienteejercicio:

Exprese el intervalo (-3,0) en términos de desigualdades y, a continuación, grafique.

Define y grafica el conjunto (-2,0) U (-1,1)

Valor absoluto y distancia

El valor absoluto de un número (*a*), denotado por $|a|$, es la distancia de (*a)* a (0) en la recta de números reales (vea Figura 9). La distancia es siempre positiva o cero, de modo que tenemos $|a| \geq 0$ para todo número (*a*). Recordando que (-*a)* es positivo cuando (*a)* es negativo, tenemos la siguiente definición:

DEFINICIÓN DE VALOR ABSOLUTO

Si a es un número real, entonces el **valor absoluto** de a es

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Evaluación de valores absolutos de números:

$$|3| = 3$$

$$|-3| = -(-3) = 3$$

$$|0| = 0$$

$|3 - \pi| = -(3 - \pi) = -3 + \pi = \pi - 3$Porque (3 < Pi), entonces [(3 – Pi) < 0]

Resuelve el siguienteejercicio:

Evalúe la expresión$|100| =$

Cuando trabajamos con valores absolutos, utilizamos las siguientes propiedades:

PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO

Propiedad	Ejemplo	Descripción
1. $\lvert a\rvert \geq 0$	$\lvert -3\rvert = 3 \geq 0$	El valor absoluto de un número siempre es positivo o cero.
2. $\lvert a\rvert = \lvert -a\rvert$	$\lvert 5\rvert = \lvert -5\rvert$	Un número y su negativo tienen el mismo valor absoluto.
3. $\lvert ab\rvert = \lvert a\rvert\lvert b\rvert$	$\lvert -2\cdot 5\rvert = \lvert -2\rvert\lvert 5\rvert$	El valor absoluto de un producto es el producto de los valores absolutos.
4. $\left\lvert \frac{a}{b}\right\rvert = \frac{\lvert a\rvert}{\lvert b\rvert}$	$\left\lvert \frac{12}{-3}\right\rvert = \frac{\lvert 12\rvert}{\lvert -3\rvert}$	El valor absoluto de un cociente es el cociente de los valores absolutos.

¿Cuál es la distancia sobre la recta real entre los números (-2) y (11)? De la Figura 10 vemos que la distancia es (13). Llegamos a esto si encontramos ya sea $|11-(-2)| = 13$ o $|(-2)-11| = 13$. De estaobservaciónhacemos la siguientedefinición (veaFigura 11).

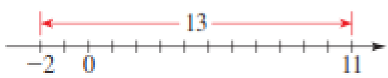


FIGURA 10

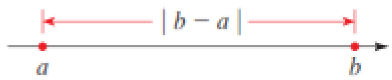


FIGURA 11 La longitud de un segmento de recta es $|b-a|$

DISTANCIA ENTRE PUNTOS SOBRE LA RECTA REAL

Si a y b son números reales, entonces la **distancia** entre los puntos a y b sobre la recta real es

$$d(a,b) = |b-a|$$

De la Propiedad 6 de negativos se deduce que:

$$|b-a| = |a-b|$$

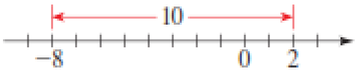
Esto confirma que, como es de esperarse, la distancia de (*a)* a (*b)* es la misma distancia de (*b)* a (*a)*.

<u>Distancia entre puntos en la recta real:</u>

La distancia entre los números (-8) y (2) es:

$$d(a,b) = |-8-2| = |-10| = 10$$

Podemos comprobar geométricamente este cálculo, como se ve en la Figura:



Realiza el siguienteejercicio:

Encuentre la distancia entre los números (2) y (17). Compruebegeométricamente.

Exponentes y radicales

En esta sección damos significado a expresiones como $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)$ en las que el exponente (*m*/*n*) es un número racional. Para hacer esto, necesitamos recordar algunos datos acerca de exponentes enteros, radicales y raíces (*n*).

Exponentes enteros (negativos y positivos)

Normalmente, un producto de números idénticos se escribe en notación exponencial. Por ejemplo, (5 . 5 . 5) se escribe como (5^3). En general, tenemos la siguiente definición:

NOTACIÓN EXPONENCIAL

Si a es cualquier número real y n es un entero positivo, entonces la ***n*-ésima potencia** de a es

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ factores}}$$

El número a se denomina **base**, y n se denomina **exponente**.

Intente hacer el siguiente ejercicio:

$$-3^2 =$$

Podemos expresar varias reglas útiles para trabajar con notación exponencial. Para descubrir la regla para multiplicación, multiplicamos$(5^4 . 5^2)$

$(5^4 . 5^2) = (5.5.5.5).(5.5) = 5.5.5.5.5.5 = 5^6 = 5^{4+2}$

Es evidente que *para multiplicar dos potencias de la misma base, sumamos sus exponentes.* En general, para cualquier número real (*a*) y cualesquier enteros positivos (*m*) y (*n*), tenemos:

$(a^m . a^n) = a^{m+n}$

EXPONENTES CERO Y NEGATIVOS

Si $a \neq 0$ es cualquier número real y n es un entero positivo, entonces

$$a^0 = 1 \qquad \text{y} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Realice el siguienteejercicio:

$$\left(\frac{5}{3}\right)^0 . (2)^{-1} =$$

<u>Reglas para trabajar con exponentes</u>

La familiaridad con las reglas siguientes es esencial para nuestro trabajo con exponentes y bases. En la tabla las bases *(a)* y *(b)* son números reales, y los exponentes *(m)* y *(n)* son enteros.

LEYES DE EXPONENTES

Ley	Ejemplo	Descripción
1. $a^m a^n = a^{m+n}$	$3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$	Para multiplicar dos potencias del mismo número, sume los exponentes.
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$	Para dividir dos potencias del mismo número, reste los exponentes.
3. $(a^m)^n = a^{mn}$	$(3^2)^5 = 3^{2 \cdot 5} = 3^{10}$	Para elevar una potencia a una nueva potencia, multiplique los exponentes.
4. $(ab)^n = a^n b^n$	$(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$	Para elevar un producto a una potencia, eleve cada uno de los factores a la potencia.
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$	Para elevar un cociente a una potencia, eleve el numerador y el denominador a la potencia.

Realice los siguientes ejercicios:

$$x^8 . x^2 =$$

$$\frac{y^{10} . y^0}{y^7} =$$

$$(a^2 . a^4)^3 =$$

Simplificación de expresiones con exponentes

Simplifique la expresión y elimine cualquier exponente negativo

$$(5x^2y^3).(3x^2y^5)^4 =$$

$$\left(\frac{a^2}{b}\right)^5 . \left(\frac{a^3b^2}{c^3}\right)^3 =$$

Cuando simplifique una expresión, encontrará que muchos métodos diferentes llevarán al mismo resultado; siéntase libre de usar cualquiera de las reglas de exponentes para llegar a su propio método. A continuación damos dos leyes adicionales que son útiles en la simplificación de expresiones con exponentes negativos.

LEYES DE EXPONENTES

Ley	Ejemplo	Descripción
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$	Para elevar una fracción a una potencia negativa, invierta la fracción y cambie el signo del exponente.
7. $\frac{a^{-n}}{b^{-m}} = \frac{b^m}{a^n}$	$\frac{3^{-2}}{4^{-5}} = \frac{4^5}{3^2}$	Para pasar un número elevado a una potencia del numerador al denominador o del denominador al numerador, cambie el signo del exponente.

$$\frac{8a^3b^{-4}}{2a^{-5}b^5}$$

<u>Notación científica</u>

Los científicos usan notación exponencial como una forma compacta de escribir números muy grandes y números muy pequeños. Por ejemplo, la estrella más cercana además del Sol, ProximaCentauri, está aproximadamente a (40.000.000.000.000 km) de distancia. La masa del átomo de hidrógeno es alrededor de (0,00000000000000000000000166 g). Estos números son difíciles de leer y escribir, de modo que los científicos por lo general los expresan en *notación científica*.

NOTACIÓN CIENTÍFICA

Se dice que un número positivo x está escrito en **notación científica** si está expresado como sigue:

$$x = a \times 10^n \qquad \text{donde } 1 \leq a < 10 \text{ y } n \text{ es un entero}$$

Intente hacer los siguientes ejercicios:

69.300.000 =

0,0001213 =

$$3{,}19.10^5 =$$

$$9{,}999.10^{-9} =$$

Cálculo con notación científica:

Intente hacer los siguientes ejercicios:

$$(7{,}2.\,10^{-9}).\,(1{,}806.\,10^{-12}) =$$

$$\left(\frac{1{,}295643.\,10^{9}}{3{,}610.\,10^{-17}.\,2{,}511.\,10^{6}}\right) =$$

<u>Radicales</u>

Sabemos lo que (2^{n}) significa siempre que *(n)* sea un entero. Para dar significado a una potencia, por ejemplo $\left(2^{\frac{4}{5}}\right)$, cuyo exponente es un número racional, necesitamos estudiar radicales. El símbolo$(\sqrt{\;\;})$significa “la raízpositiva de”. Entonces:

$\sqrt{a} = b$ significa que $b^2 = a$ y $b \geq 0$

Como $(a = b^2 \geq 0)$, el símbolo $(\sqrt{a})$ tiene solo sentido cuando $(a \geq 0)$. Porejemplo:

$\sqrt{9} = 3, porque\ 3^2 = 9\ y\ 3 \geq 0$

Las raíces cuadradas son casos especiales de las raíces *(n)*. La raíz *(n)* de *(x)* es el número que, cuando se eleva a la *(n)* potencia, dará *(x)*.

DEFINICIÓN DE UNA RAÍZ *n*

Si n es cualquier entero positivo, entonces la **raíz *n* principal** de a se define como sigue:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{significa que} \quad b^n = a$$

Si n es par, debemos tener $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

Por lo tanto:

$\sqrt[4]{81} = 3, porque 3^4 = 81\ y\ 3 \geq 0$

$\sqrt[3]{-8} = -2, porque (-2)^3 = -8$

Pero $(\sqrt{-8}), (\sqrt[4]{-8}) y (\sqrt[6]{-8})$, no están definidas. (Por ejemplo, $(\sqrt{-8})$ no está definida porque el cuadrado de todo número real es no negativo.).

Nóteseque:

$\sqrt{4^2} = \sqrt{16} = 4, pero \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 = |-4|$

Entonces la ecuación $\sqrt{a^2} = a$ no siempre es verdadera; lo es sólo cuando (a = 0). No obstante, siempre podemos escribir $\sqrt{a^2} = |a|$. Esta última ecuación es verdadera no sólo para raíces cuadradas, sino para cualquier raíz par. Ésta y otras reglas empleadas para trabajar con raíces (*n)* se citan en el recuadro siguiente. En cada propiedad suponemos que existen todas las raíces dadas.

PROPIEDADES DE RAÍCES *n*

Propiedad	Ejemplo
1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{-8 \cdot 27} = \sqrt[3]{-8}\sqrt[3]{27} = (-2)(3) = -6$
2. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[4]{\dfrac{16}{81}} = \dfrac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}} = \dfrac{2}{3}$
3. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$	$\sqrt{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[6]{729} = 3$
4. $\sqrt[n]{a^n} = a$ si n es impar	$\sqrt[3]{(-5)^3} = -5, \quad \sqrt[5]{2^5} = 2$
5. $\sqrt[n]{a^n} = \lvert a \rvert$ si n es par	$\sqrt[4]{(-3)^4} = \lvert -3 \rvert = 3$

Intente hacer los siguientes ejercicios:

$\sqrt[4]{16x^8} =$

$\sqrt[6]{64a^6b^7} =$

<u>Operaciones con radicales: suma y resta</u>

"La suma y resta entre radicales solo se puede hacer cuando los términos son semejante". Por ejemplo:

$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \sqrt{3}.(2+5) = 7\sqrt{3}$, si los términos no fuesen semejantes:

$\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 5\sqrt{7}$, no se puede realizar la suma y el resultado es como está planteado el ejercicio.

En ocasiones, los términos no son semejantes a primera vista, pero haciendo una descomposición en sus factores primos, se pueden llegar a establecer términos semejantes.

Intente hacer los siguientes ejercicios:

$$\sqrt{32} + \sqrt{18} =$$

$$\sqrt{16x} + \sqrt{x^5} =$$

"EVITE EL SIGUIENTE ERROR:

$\sqrt{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}} = \sqrt{\boldsymbol{a}} + \sqrt{\boldsymbol{6}}$

LA RADICACIÓN NO ES DISTRIBUTIVA RESPECTO A LA SUMA."

Ejemplo:

$\sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$ ERROR ¡¡¡

$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ CORRECTO ¡¡¡

Exponentes racionales

Para definir lo que significa *exponente racional*, o bien, lo que es lo mismo, un *exponente fraccionario*, como por ejemplo $\left(a^{\frac{1}{3}}\right)$, necesitamos usar radicales. Para dar significado al símbolo $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)$ de forma que sea consistente con las Leyes de Exponentes, tendríamos que tener:

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^1 = a$$

Entonces, por la definición de la raíz *(n)*

$$\boxed{a^{1/n} = \sqrt[n]{a}}$$

DEFINICIÓN DE EXPONENTES RACIONALES

Para cualquier exponente racional m/n en sus términos más elementales, donde m y n son enteros y $n > 0$, definimos

$$a^{m/n} = (\sqrt[n]{a})^m \quad \text{o lo que es equivalente} \quad a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

Si n es par, entonces requerimos que $a \geq 0$.

Con esta definición se puede demostrar que las leyes de exponentes también se cumplen para exponentes racionales.

Intenta hacer los siguientes ejercicios:

$$\sqrt[6]{\frac{1}{64}} =$$

$$\left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} =$$

<u>Uso de las leyes de exponentes con exponentes racionales:</u>

Trate de hacer los siguientes ejercicios, en todos los casos deberá simplificar la expresión y eliminar cualquier exponente negativo. Suponga que todas las letras denotan números positivos.

$$x^{\frac{3}{4}}x^{\frac{5}{4}} =$$

$$\frac{s^{\frac{5}{2}}\left(2s^{\frac{5}{4}}\right)^{2}}{s^{\frac{1}{2}}} =$$

$$\frac{(32y^{-5}z^{10})^{\frac{1}{5}}}{(64y^{6}z^{-12})^{-\frac{1}{6}}} =$$

Intenta hacer estos ejercicios:

$$\left(5\sqrt[3]{x}\right)\left(2\sqrt[4]{x}\right) =$$

$$\sqrt{\frac{16x^{3}y}{z^{5}}} =$$

<u>Racionalización del denominador</u>

A veces es útil eliminar el radical en un denominador al multiplicar el numerador y el denominador por una expresión apropiada. Este procedimiento se denominaracionalizacióndeldenominador.

Denominador de la forma $\sqrt{\boldsymbol{a}}$, multiplicamos numerador y denominador por $\sqrt{a}$. Al hacer esto multiplicamos por (1) la cantidad dada, de modo que no cambiamos su valor. Porejemplo:

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}\cdot 1 = \frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$$

Denominador de la forma $\sqrt[n]{a^m}$, con (m < n), multiplicamos numerador y denominador por $\sqrt[n]{a^{n-m}}$, entonces:

$$\sqrt[n]{a^m}\sqrt[n]{a^{n-m}} = \sqrt[n]{a^{m+n-m}} = \sqrt[n]{a^n} = a$$

Denominador de la forma $\left(a \pm \sqrt{b}\right)$ó$\left(\sqrt{a} \pm \sqrt{b}\right)$, multiplicamos numerador y denominador por $\left(a \mp \sqrt{b}\right)$ó$\left(\sqrt{a} \mp \sqrt{b}\right)$, con eso logramos obtener un denominador libre de radicales. Nótese que en todos los casos, el denominador de la última fracción no contiene radical.

Intente hacer la siguiente ejercitación:

$$\frac{2}{\sqrt{10}} =$$

$$\frac{-5}{\sqrt[3]{x}} =$$

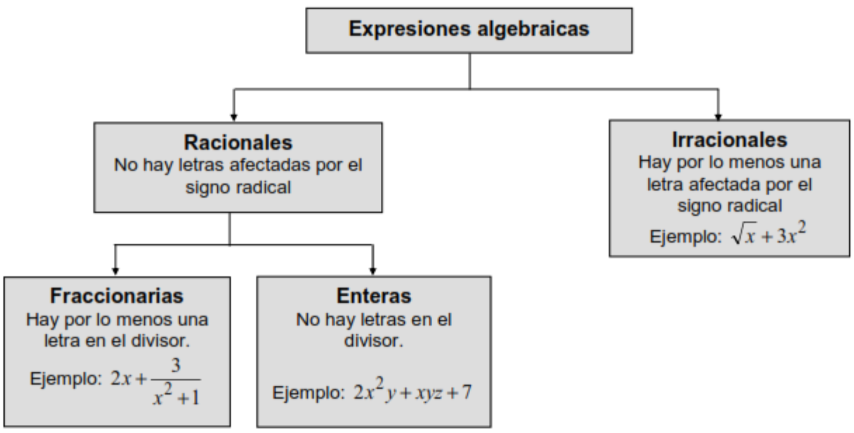
$$\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} =$$

<u>Expresiones algebraicas</u>

Una variable es una letra que puede representar cualquier número tomado de un conjunto de números dado. Si empezamos con variables, por ejemplo (*x*), (*y*) y (*z*), y algunos números reales, y las combinamos usando suma, resta, multiplicación, división, potencias y raíces, obtenemos una expresión algebraica.

Se llama expresión algebraica a cualquier combinación de números representados por letras o por letras y cifras, vinculados entre sí por las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. “Solamente consideraremos expresiones algebraicas en las que intervengan solamente números reales.”

Clasificación de las expresiones algebraicas



Expresiones algebraicas enteras

Un monomio es una expresión algebraica de un solo término de la forma (ax^k),donde (*a)* es un número real y (*k)* es un entero no negativo. Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal, por ejemplo, $(-3x^3) y \left(\frac{1}{2}x^3\right)$, son monomios semejantes, entre ellos pueden sumarse o restarse dando como resultado otro monomio semejante, así:

$$(-3x^3)+\left(\frac{1}{2}x^3\right)=x^3\left(-3+\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{2}x^3$$

Un binomio es una suma de dos monomios y un trinomio es una suma de tres monomios. En general, una suma de monomios se llama *polinomio*. Por ejemplo, la primera expresión citada líneas antes es un polinomio, pero las otras dos no lo son.

Polinomios

POLINOMIOS

Un **polinomio** en la variable x es una expresión de la forma

$$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

donde $a_0, a_1, \ldots, a_n$ son números reales, y n es un entero no negativo. Si $a_n \neq 0$, entonces el polinomio tiene **grado n**. Los monomios $a_k x^k$ que conforman el polinomio reciben el nombre de **términos** del polinomio.

Donde:

$$a_n, a_{n-1}, \ldots \ldots., a_1, a_0, son\ números\ reales\ llamados\ coeficientes.$$

$$(a_n), es\ el\ coeficiente\ principal.$$

$$(a_0), es\ el\ término\ independiente.$$

$$(x), es\ la\ variable\ indeterminada\ o\ variable\ independiente.$$

$$Los\ exponentes\ n, n-1, \ldots \ldots \ldots.., 2,1, son\ números\ naturales.$$

Observe que el grado de un polinomio es la potencia más alta de la variable que aparece en el polinomio.

Polinomio	Tipo	Términos	Grado
$2x^2 - 3x + 4$	trinomio	$2x^2, -3x, 4$	2
$x^8 + 5x$	binomio	$x^8, 5x$	8
$3 - x + x^2 - \frac{1}{2}x^3$	cuatro términos	$-\frac{1}{2}x^3, x^2, -x, 3$	3
$5x + 1$	binomio	$5x, 1$	1
$9x^5$	monomial	$9x^5$	5
6	monomial	6	0

Valor numérico de un polinomio

Se llama valor numérico de un polinomio P(x) en (x = k), al valor que toma el polinomio cuando se reemplaza (x) por (k).

Si $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$, entonces el valor de P(x), cuando (x = k), es:

$P(k) = a_n k^n + a_{n-1}k^{n-1} + \cdots + a_2k^2 + a_1k + a_0$

Operaciones con polinomios

Suma

Sumamos y restamos polinomios usando las propiedades de números reales que vimos anteriormente, la idea es combinar términos semejantes (esto es, términos con las mismas variables elevados a las mismas potencias) usando la Propiedad Distributiva. Porejemplo:

$5x^7 + 3x^7 = x^7(5 + 3) = 8x^7$

Si los polinomios son de una cantidad mayor de términos, resulta conveniente ordenarlos según potencias decrecientes de *(x)* y completar los términos que faltan escribiendo dichos términos con coeficiente cero.

Intente hacer el siguiente ejercicio:

Dados los siguientespolinomios:

$M(x) = x^3 - 6x^2 + 2x + 4$ y $N(x) = x^3 + 5x^2 - 7x$, encontrar S(x) = M(x) + N(x)

Multiplicación de expresionesalgebraicas

Producto de un número real por un polinomio:

Si $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, es un polinomio de grado (n)

Y (k) es un número real, entonces:

$k.P(x) = (k.a_n)x^n + (k.a_{n-1})x^{n-1} + \cdots + (k.a_2)x^2 + (k.a_1)x + (k.a_0)$

Producto de polinomios:

Para hallar el producto de polinomios o de otras expresiones algebraicas, es necesario usar repetidamente la Propiedad Distributiva. En particular, usándola tres veces en el producto de dos binomios, obtenemos:

$$(a + b).(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Esto dice que multiplicamos los dos factores al multiplicar cada término de un factor por cada término del otro factor y sumamos estos productos.

En general, podemos multiplicar dos expresiones algebraicas usando para ello la Propiedad Distributiva y las Leyes de Exponentes.

Ahora realiza el siguiente ejercicio:

$$(3t - 2).(7t - 4) =$$

Cuando multiplicamos trinomios u otros polinomios con más términos, usamos la Propiedad Distributiva. También es útil acomodar nuestro trabajo en forma de tabla

Realiza los siguientes ejercicios:

Obtener el producto de los siguientes polinomios

$$P(x) = x^2 - 3x + 5 \ y \ Q(x) = 2x$$

$$M(x) = x^2 - 3x + 5 \ y \ N(x) = x^3 - 4x^2 + 3$$

Para tener en cuenta:

“Dados dos polinomios P(x) y Q(x), se verifica que:

Grado (P(x).Q(x)) = Grado P(x) + Grado Q(x)”

Productos notables

Ciertos tipos de productos se presentan con tanta frecuencia que es necesario aprenderlos. Se pueden verificar las siguientes fórmulas al ejecutar las multiplicaciones.

Producto	Nombre
$(x+a)\cdot(x-a)=x^2-ax+ax-a^2=x^2-a^2$ $\boxed{(x+a)\cdot(x-a)=x^2-a^2}$	Diferencia de cuadrados
Cuadrado de un binomio $(x+a)^2=(x+a)\cdot(x+a)=x^2+ax+ax+a^2$ $\boxed{(x+a)^2=x^2+2ax+a^2}$ $(x-a)^2=(x-a)\cdot(x-a)=x^2-ax-ax+a^2$ $\boxed{(x-a)^2=x^2-2ax+a^2}$	Trinomio cuadrado perfecto Trinomio cuadrado perfecto
Cubo de un binomio $(x+a)^3=(x+a)\cdot(x+a)\cdot(x+a)$ $=(x^2+2ax+a^2)\cdot(x+a)$ $=x^3+ax^2+2ax^2+2a^2x+a^2x+a^3$ $=x^3+3ax^2+3a^2x+a^3$ $\boxed{(x+a)^3=x^3+3ax^2+3a^2x+a^3}$ $\boxed{(x-a)^3=x^3-3ax^2+3a^2x-a^3}$	Cuatrinomio cubo perfecto Cuatrinomio cubo perfecto

Uso de los productos notables

Ahora realice los siguientes ejercicios:

$$(3x+4)^2=$$

$$(1-2x)^3=$$

$$(\sqrt{x}+y).(\sqrt{x}-y)=$$

$$(2x+y-3).(2x+y+3)=$$

División de polinomios

Cuando se realiza una división entre números se procede del siguiente modo:

$$\begin{array}{r|l} 9 & 4 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

Se verifica que $9 = 4 \cdot 2 + 1$

Para dividir polinomios, usamos división larga, como sigue.

$$\begin{array}{r|l} \text{dividendo} & \text{divisor} \\ \hline & \text{cociente} \\ \text{resto} & \end{array}$$

Dividendo = divisor × cociente + resto

ALGORITMO DE DIVISIÓN

Si $P(x)$ y $D(x)$ son funciones polinomiales, con $D(x) \neq 0$, entonces existen polinomiales únicas $Q(x)$ y $R(x)$, donde $R(x)$ es 0 o de grado menor al grado de $D(x)$, de modo que

$$\underbrace{P(x)}_{\text{Dividendo}} = \underbrace{D(x)}_{\text{Divisor}} \cdot \underbrace{Q(x)}_{\text{Cociente}} + \underbrace{R(x)}_{\text{Residuo}}$$

Las funciones polinomiales $P(x)$ y $D(x)$ se denominan **dividendo** y **divisor**, respectivamente, $Q(x)$ es el **cociente**, y $R(x)$ es el **residuo**.

<u>División larga de polinomios:</u>

La división de polinomios se efectúa empleando el mismo procedimiento que se usa para dividir los números reales.

“Se recuerda que es necesario ordenar los polinomios según las potencias decrecientes de *(x)* y completar los términos que faltan escribiendo dichos términos con coeficiente nulo.”

Para tener en cuenta:

La división P(x):Q(x) puede efectuarse siempre que: Grado P(x) >= grado Q(x).

El resultado de la división se puede interpretar de la siguiente forma: P(x) = Q(x).C(x) + R(x).

El grado del resto debe ser menor que el grado del divisor, o bien R(x) = 0.

Grado C(x) = Grado P(x) - Grado Q(x)

Ahora realiza el siguiente ejercicio. Divida:

$$(6x^2 - 26x + 12) : (x - 4) =$$

$$(8x^4 + 6x^2 - 3x + 1):(2x^2 - x + 2) =$$

División sintética (Regla de Ruffinni)

La división sintética es un método rápido de dividir polinomios; se puede usar cuando el divisor es de la forma (x-c). En división sintética escribimos sólo las partes esenciales de la división larga.

Intente hacer el siguiente ejercicio:

Calcule la división P(x):Q(x), utilizando la Regla de Ruffinni, sabiendo que: $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 5$ y Q(x) = x - 3

Teorema del resto

Si se divide un polinomio P(x) por otro de la forma (x – a), se verifica que:

P(x) = (x – a).C(x) + R(x)

Si (x = a), resulta:

P(a) = (a – a).C(a) + R(a)

P(a) = R

"El resto que resulta de dividir un polinomio P(x) por otro de la forma (x – a), es igual al valor numérico de P(x) en (x = a), es decir P(x) = P(a)"

Intente hacer el siguiente ejercicio:

Sea $P(x) = 3x^5 + 5x^4 - 4x^3 + 7x + 3$,

Encuentre el cociente y el resto cuando se lo divide por (x + 2)

Utilice el teorema del resto para verificar lo encontrado en el punto anterior

Concepto de raíz de un polinomio

Un valor de (*x)* es raíz de P(x), si el polinomio se anula para ese valor.

"(x = a) es raíz de P(x)si y sólo si P(a) = 0"

Ejemplo: (x = 3) es raíz de $P(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3$, porque

$P(3) = 3^3 - 33^2 + 3 - 3 = 0$

Divisibilidad de polinomios

Si al realizar la división entre dos polinomios P(x) y Q(x), el resto es nulo, se dice que P(x) es divisible por Q(x), o que Q(x) divide a P(x), o que P(x) es múltiplo de Q(x).

En ese caso P(x) puede expresarse como:

P(x) = Q(x).C(x)

Observación Teniendo en cuenta el *Teorema del resto* y los conceptos de *divisibilidad* y *raíz de un polinomio* se puede afirmar que las condiciones que se enuncian a continuación son equivalentes:

(a) es raíz del polinomio P(x).

P(a) = 0

P(x) es divisible por (x – a)

El resto que resulta de dividir P(x) por (x – a) es igual a cero

Factorización de polinomios

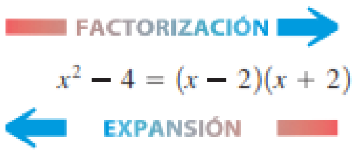
Del mismo modo en que se descompone un número entero en producto de sus factores primos, se puede descomponer un polinomio compuesto en producto de polinomios primos. Un polinomio *P(x)* de grado no nulo, es primo o irreducible cuando no puede ser expresado como producto de polinomios de grado positivo menor que P(x).

Todo polinomio de grado uno es primo o irreducible.

Cuando un polinomio no es primo, es compuesto.

Factorizar un polinomio significa expresarlo como producto de polinomios primos o irreducibles.

Usamos la Propiedad Distributiva para expandir expresiones algebraicas. A veces necesitamos invertir este proceso (de nuevo usando la Propiedad Distributiva) al factorizar una expresión como un producto de otras más sencillas. Porejemplo, podemosescribir



Decimos que (x – 2) y (x + 2) son factores de $(x^2 - 4)$

A continuación se presentan algunas técnicas que permiten expresar un polinomio como producto de factores. El tipo más sencillo de factorización se presenta cuando los términos tienen un factor común.

Factor común

Cuando en un polinomio P(x):

La variable *(x)* figura en todos los términos, se la extrae como factor común elevada al menor exponente.

También se extrae como factor común el número que aparezca como factor en todos los términos.

Luego, se divide cada término del polinomio por el factor común.

Realice el siguiente ejercicio:

Factorizar el siguiente polinomio

$$S(x) = 8x^4y^2 + 6x^3y^3 - 2xy^4$$

Factorización por agrupación de términos

Los polinomios con al menos cuatro términos pueden factorizarse a veces por agrupación de términos.

Realice el siguiente ejercicio:

Factorizar el siguiente polinomio

$$x^3 + 4 + x + 4x^2 =$$

Diferencia de cuadrados

Se recuerda que una diferencia de cuadrados puede expresarse como producto del siguiente modo:

$$(x^2 - a^2) = (x - a).(x + a)$$

Realice el siguiente ejercicio:

Factorizar los siguientes polinomios:

$$(4x^2 - 25) =$$

$$[(x^2 - 16)^2 - 25] =$$

Trinomio cuadrado perfecto

La expresión factorizada de un trinomio cuadrado perfecto es el cuadrado de un binomio.

$$x^2 + 2xa + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - 2xa + a^2 = (x - a)^2$$

Un trinomio cuadrado perfecto consta de tres términos que cumplen las siguientes condiciones:

Dos de los términos son cuadrados perfectos.

El término restante es el duplo del producto de las bases de los cuadrados perfectos.

Si este término es negativo, entonces es negativo uno de los términos del binomio.

Realice el siguiente ejercicio:

Factorizar los siguientes polinomios:

$$x^2 + 6x + 9 =$$

$$4x^2 - 4xy + y^2 =$$

Cuatrinomio cubo perfecto

La expresión factorizada de un cuatrinomio cubo perfecto es el cubo de un binomio

$$x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3 = (x + a)^3$$

$$x^3 - 3x^2a + 3xa^2 - x^3 = (x - a)^2$$

Un cuatrinomio cubo perfecto consta de cuatro términos que cumplen las siguientes condiciones:

Dos de los términos son cubos perfectos

El segundo término es el triple producto del cuadrado del primero por el segundo

El tercer término es el triple producto del primero por el cuadrado del segundo

Si el segundo y el cuarto término son negativos, entonces es negativo uno de los términos del binomio.

Si todos los términos son negativos, entonces son negativos los dos términos del binomio.

Realice el siguiente ejercicio:

Factorizar los siguientes polinomios:

$$x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} =$$

$$15x^2 - 125 + 75x - x^3 =$$

<u>Fórmulas especiales de factorización</u>

Algunas expresiones algebraicas notables se pueden factorizar usando las fórmulas que siguen. Las tres primeras son simplemente Fórmulas de Productos Notables escritas a la inversa.

FÓRMULAS ESPECIALES DE FACTORIZACIÓN

Fórmula	Nombre
1. $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$	Diferencia de cuadrados
2. $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$	Cuadrado perfecto
3. $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$	Cuadrado perfecto
4. $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$	Diferencia de cubos
5. $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$	Suma de cubos

Realice el siguiente ejercicio:

Factorizar los siguientes polinomios:

$$27x^3 + y^3 =$$

$$8x^3 - 125y^3$$

Factorización de un polinomio por medio de sus raíces

El *Teorema Fundamental del Álgebra* permite afirmar que:

“Un polinomio de grado (*n)* tiene exactamente (*n)* raíces, considerando las reales y las no reales. Por lo tanto se puede decir que: Un polinomio de grado (*n)* tiene como máximo (*n)* raíces reales.”

Si $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0, con a_n \neq 0, y x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n son sus raíces$, entonces P(x), puede escribirse como:

$$P(x) = a_n.(x - x_1).(x - x_2) \ldots \ldots .(x - x_n)$$

El polinomio ha quedado expresado como producto de polinomios primos, ha sido factorizado ¡¡¡¡.

Cálculo de las raíces de un polinomio

Polinomios de grado uno: Para determinar la única raíz de un polinomio de grado uno, es decir de un polinomio de la forma P(x) = ax + b, se plantea la ecuación (0 = ax + b)y se obtiene (x = - b/a). UNA SOLA RAÍZ.

Polinomios de grado dos: Para determinar las dos raíces (x1) y (x2) de un polinomio de grado dos, es decir de un polinomio de la forma $P(x) = ax^2 + bx + c$, se resuelve la ecuación cuadrática $0 = ax^2 + bx + c, con (a \neq 0) y (\forall a, b, c \in R)$, se obtienen DOS RAÍCES, aplicando la siguiente expresión:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

“El doble signo proporciona las dos soluciones (x1) y (x2) que tiene la ecuación.

Polinomios de grado mayor o igual que tres: La determinación de las raíces de polinomios se ha simplificado notablemente en la actualidad, gracias al uso de las computadoras y las calculadoras científicas. En esta ocasión se trabajará con polinomios cuyas raíces puedan ser calculadas sin mayores dificultades. Es importante tener en cuenta que: “Una raíz entera de un polinomio de coeficientes enteros es un divisor de su término independiente.”

Expresiones algebraicas fraccionarias

Reciben el nombre de *expresiones algebraicas fraccionarias* o simplemente *fracciones algebraicas* las expresiones de la forma

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

Por ejemplo, las siguientes son expresiones algebraicas fraccionarias o racionales

$$\frac{2x}{x-1} \qquad \frac{x}{x^2+1} \qquad \frac{x^3-x}{x^2-5x+6}$$

Dominio de una expresión algebraica

En general, una expresión algebraica puede no estar definida para todos los valores de la variable. El dominio de una expresión algebraica es el conjunto de números reales que se permite tenga la variable. La tabla al margen de esta página da algunas expresiones básicas y sus dominios.

Expresión	Dominio
$\frac{1}{x}$	$\{x \mid x \neq 0\}$
$\sqrt{x}$	$\{x \mid x \geq 0\}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\{x \mid x > 0\}$

Resuelve el siguiente ejercicio:

Encuentre el dominio de la siguiente expresión

$$\frac{\sqrt{2x}}{x^2-x-2}$$

Funciones racionales

Se llaman funciones racionales a aquellas cuya fórmula es una fracción algebraica

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

El dominio de una función racional es el conjunto de todos los valores de (x) que no anulan el denominador

Simplificación de expresiones algebraicas fraccionarias

Es posible simplificarlas cuando existen factores comunes en el numerador y en el denominador, de lo contrario la expresión es irreducible.

$$\boxed{\frac{AC}{BC} = \frac{A}{B}}$$

Esto nos permite cancelar factores comunes del numerador y el denominador.

Realice el siguienteejercicio

Simplifique$\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

Operaciones con expresionesalgebraicasfraccionarias

Suma y resta de fracciones

Con igualdenominador

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \pm \frac{S(x)}{Q(x)} = \frac{P(x) \pm S(x)}{Q(x)}$$

En este caso en particular tenemos que encontrar el mínimo común denominador (MCD)

Ahora resuelve el siguiente ejercicio

Encontrar el resultado de las siguientes operaciones:

$$\frac{1}{(x+1)} - \frac{1}{(x+2)} =$$

$$\frac{x}{(x+1)^2} + \frac{2}{(x+1)} =$$

Producto de expresionesalgebraicasfraccionarias

El producto de dos expresiones algebraicas fraccionarias se realiza del siguiente modo:

$$\boxed{\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}}$$

Esto dice que para multiplicar dos fracciones multiplicamos sus numeradores y multiplicamos sus denominadores.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \cdot \frac{R(x)}{S(x)} = \frac{P(x).R(x)}{Q(x).S(x)}$$

Intente realizar el siguiente ejercicio:

$$\frac{x}{(3x+3)} \cdot \frac{(x^2-1)}{(x^3+2x^2)} =$$

División de expresiones algebraicas fraccionarias

Usamos la siguientepropiedad

$$\boxed{\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}}$$

Esto dice que para dividir una fracción entre otra fracción, invertimos el divisor y multiplicamos.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} : \frac{R(x)}{S(x)} = \frac{P(x)}{Q(x)} \cdot \frac{S(x)}{R(x)} = \frac{P(x)S(x)}{Q(x)R(x)}$$

Cancelación

Intente hacer el siguiente ejercicio

$$\frac{(5x+10)}{(x^2-1)} : \frac{(3x+6)}{(x+1)} =$$

Fracciones compuestas

Una fracción compuesta es una fracción en la que el numerador, el denominador, o ambos, son expresiones fraccionarias.

Simplificación de una fracción compuesta

Intente realizar el siguiente ejercicio

Simplifique la expresión fraccionaria compuesta

$$\frac{x+\frac{1}{x+2}}{x-\frac{1}{x+2}}=$$

Racionalización del denominador (repaso)

Hemos visto que si una fracción tiene un denominador de la forma $\left(a+b\sqrt{c}\right)$, podemos racionalizar el denominador al multiplicar numerador y denominador por el radical conjugado $\left(a-b\sqrt{c}\right)$. Esto funciona bien, por la fórmula 1 de productos notables, el producto del denominador y su radical conjugado no contienen radical:

$$\left(a+b\sqrt{c}\right).\left(a-b\sqrt{c}\right)=a^2-b^2c$$

Racionalización del numerador

De la misma forma se puede racionalizar el denominador

Ahora intente hacer el siguiente ejercicio:

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}=$$

Evitar errores comunes

No cometa el error de aplicar propiedades de la multiplicación a la operación de adición. Muchos de los errores comunes en álgebra son por esta razón. La tabla siguiente indica varias propiedades de la multiplicación e ilustra el error al aplicarlas a la adición.

Propiedad correcta de multiplicación	Error común con la adición
$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$	$(a + b)^2 \cancel{=} a^2 + b^2$
$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad (a, b \geq 0)$	$\sqrt{a + b} \cancel{=} \sqrt{a} + \sqrt{b}$
$\sqrt{a^2 \cdot b^2} = a \cdot b \quad (a, b \geq 0)$	$\sqrt{a^2 + b^2} \cancel{=} a + b$
$\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} = \frac{1}{a \cdot b}$	$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \cancel{=} \frac{1}{a + b}$
$\frac{ab}{a} = b$	$\frac{a + b}{a} \cancel{=} b$
$a^{-1} \cdot b^{-1} = (a \cdot b)^{-1}$	$a^{-1} + b^{-1} \cancel{=} (a + b)^{-1}$

Ecuación algebraica

Una ecuación es un enunciado de que dos expresiones matemáticas son iguales. Por ejemplo, (3 + 5 =8), es una ecuación. Casi todas las ecuaciones que estudiamos en álgebra contienen variables, que son símbolos (por lo general literales) que representan números. En la ecuación (4x + 7 = 19), la letra (*x)* es la variable. Consideramos (*x)* como la "incógnita" de la ecuación, y nuestro objetivo es hallar el valor de (*x)* que haga que la ecuación sea verdadera. Los valores de la incógnita que hagan que la ecuación sea verdadera se denominan soluciones o raíces de la ecuación, y el proceso de hallar las soluciones se llama resolver la ecuación.

Dos ecuaciones con exactamente las mismas soluciones reciben el nombre de ecuaciones equivalentes. Para resolver una ecuación, tratamos de hallar una ecuación equivalente más sencilla en la que la variable está sólo en un lado del signo "igual". A continuación veamos las propiedades que usamos para resolver una ecuación. (En estas propiedades, *A*, *B* y *C* representan cualesquiera expresiones algebraicas, y el símbolo (↔) significa "es equivalente a".)

PROPIEDADES DE LA IGUALDAD

Propiedad	Descripción
1. $A = B \quad \Leftrightarrow \quad A + C = B + C$	Sumar la misma cantidad a ambos lados de una ecuación da una ecuación equivalente.
2. $A = B \quad \Leftrightarrow \quad CA = CB \quad (C \neq 0)$	Multiplicar ambos lados de una ecuación por la misma cantidad diferente de cero da una ecuación equivalente.

Estas propiedades requieren que el estudiante *ejecute la misma operación en ambos lados de una ecuación* al resolverla.

Entonces, si decimos "*sume* (–7)" al resolver una ecuación, es una forma breve de decir "*sume* (–7) a cada lado de la ecuación".

Solución de ecuaciones lineales o ecuaciones de primer grado

El tipo más sencillo de ecuación es una *ecuación lineal*, o ecuación de primer grado, que es una ecuación en la que cada término es una constante o un múltiplo diferente de cero de la variable.

ECUACIONES LINEALES

Una **ecuación lineal** en una variable es una ecuación equivalente a una de la forma

$$ax + b = 0$$

donde a y b son números reales y x es la variable.

Al resolver una ecuación de primer grado con una incógnita, de la forma $\boxed{ax + b = 0}$ ó su equivalente $\boxed{ax = -b}$, *la solución es única*, dada por $x = -\dfrac{b}{a}$.

En ciertas ocasiones se pueden presentar expresiones algebraicas con apariencia de ecuaciones lineales, que no son tales. Si (a = 0) y (b) distinto de cero, entonces la ecuación (ax + b = 0) no tiene solución.

Intente resolver la siguiente ecuación, indicando en cada paso la acción que se toma para su resolución

$$2(1 - x) = 3(1 + 2x) + 5$$

Solución de ecuaciones cuadráticas o ecuaciones de segundo grado

Las ecuaciones lineales son ecuaciones de primer grado como (2x + 1 = 5) ó (4 – 3x = 2). Las ecuaciones cuadráticas son ecuaciones de segundo grado como $(x^2 + 2x - 3 = 0)$ ó $(2x^2 + 3 = 5x)$.

ECUACIONES CUADRÁTICAS

Una **ecuación cuadrática** es una ecuación de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0$$

donde a, b y c son números reales con $a \neq 0$.

Las raíces de la ecuación cuadrática se obtienen aplicando la siguiente expresión:

LA FÓRMULA CUADRÁTICA

Las raíces de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a \neq 0$, son

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tipos de soluciones de una ecuación cuadrática

La cantidad $(b^2 - 4ac)$ que aparece bajo el signo de raíz cuadrada en la fórmula cuadrática se denomina *discriminante de la ecuación cuadrática (D).*

Si (D > 0), entonces la ecuación cuadrática tiene dos raíces (soluciones) reales y distintas.

Si (D = 0), entonces la ecuación cuadrática tiene dos raíces (soluciones) reales y coincidentes.

Si (D < 0), entonces la ecuación cuadrática tiene dos raíces (soluciones) complejas y conjugadas.

El cuadro siguiente resume estas observaciones

EL DISCRIMINANTE

El **discriminante** de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ es $D = b^2 - 4ac$.

1. Si $D > 0$, entonces la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.
2. Si $D = 0$, entonces la ecuación tiene exactamente una solución real.
3. Si $D < 0$, entonces la ecuación no tiene solución real.

Intenta realizar la siguiente ejercitación

Utiliza el discriminante para determinar qué tipo de soluciones tienen las siguientes ecuaciones cuadráticas

$$x^2 - \sqrt{2}x - 4 = 0$$

$$\frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0$$

Ecuaciones cuadráticas incompletas

Para que $(x^2 + bx + c = 0)$ sea una ecuación de segundo grado, debe ser (a) distinto de cero, pero puede faltar el término lineal (b = 0) o el término independiente (c = 0). Esto da origen a ecuaciones cuadráticas incompletas de fácil solución.

Si (b = 0), se tiene $\left(\boldsymbol{ax^2 + c = 0}\right)$

Si (c = 0), se tiene $\left(\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}\right)$

Solución de ecuaciones cuadráticas sencillas

Intenta resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$x^2 = 144$$

$$5x^2 - 3x + 1 = 0$$

Método para completar el cuadrado

Como vimos en el Ejemplo (2), si una ecuación cuadrática es de la forma (x ± a) = c, entonces podemos resolverla al tomar la raíz cuadrada de cada lado. En una ecuación de esta forma el lado izquierdo es un *cuadrado perfecto*: el cuadrado de una expresión lineal en x. Por lo tanto, si una ecuación cuadrática no se factoriza fácilmente, entonces podemos resolverla usando la técnica de completar el cuadrado.

Esto significa que sumamos una constante a una expresión para hacerla cuadrado perfecto. Por ejemplo, para hacer que $(x^2 - 6x)$sea cuadrado perfecto, debemos sumar (9) porque $(x^2 - 6x + 9) = (x - 3)^2$.

La técnica se explica en el siguiente cuadro:

COMPLETAR EL CUADRADO

Para hacer que $x^2 + bx$ sea un cuadrado perfecto, sume $\left(\frac{b}{2}\right)^2$, que es el cuadrado de la mitad del coeficiente de x. Esto da el cuadrado perfecto.

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

Factorización de una ecuación cuadrática

Si $ax^2 + bx + c = 0$ tiene raíces x_1 y x_2, entonces $ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$.

Intente realizar el siguiente ejercicio

Factorizar$(4x^2 + 4x - 24 = 0)$

Ahora intente hacer los siguientes ejercicios

Encontrar todas las soluciones de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} = \frac{5}{4}$$

$$\sqrt{2x+1} + 1 = x$$

$$x^4 - 13x^2 + 40 = 0$$

$$x^{\frac{4}{3}} - 5x^{\frac{2}{3}} + 6 = 0$$

$$|3x + 5| = 1$$

El plano coordenado

El *plano coordenado* es el vínculo entre el álgebra y la geometría. En este podemos trazar gráficas de ecuaciones algebraicas. Las gráficas, a su vez, nos permiten “ver” la relación entre las variables de la ecuación.

En la misma forma en que puntos sobre una recta pueden ser identificados con números reales para formar la recta coordenada, los puntos en un plano se pueden identificar con pares ordenados de números para formar el plano coordenado o plano cartesiano. Para hacer esto, trazamos dos rectas reales perpendiculares que se cruzan en (0) en cada recta. Por lo general, una recta es horizontal con dirección positiva a la derecha y se llama eje (*x*) *o eje de las abcisas*;la otra recta es vertical con dirección positiva hacia arriba y se denomina eje (*y*) *o eje de las ordenadas*. El punto de intersección del eje (*x*) y el eje (*y*) es el origen (*O*), y los dos ejes dividen el plano en cuatro cuadrantes,marcados I, II, III y IV en la Figura 1. (Los puntos *sobre* los ejes coordenados no se asignan a ningún cuadrante.)

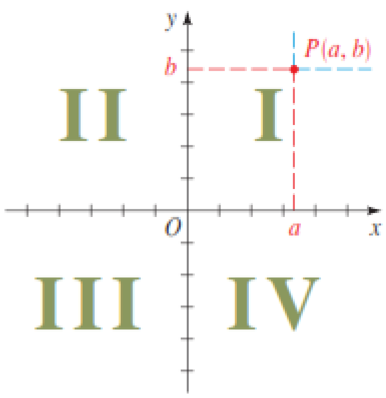


FIGURA 1

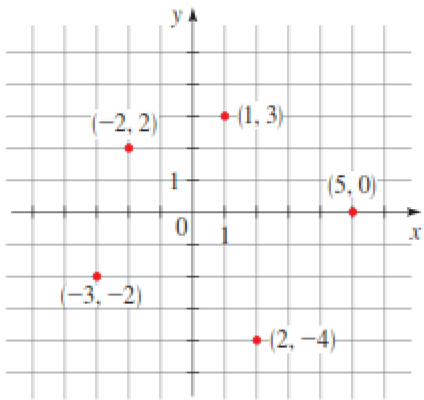


FIGURA 2

Cualquier punto (*P*) del plano coordenado puede ser localizado por un par ordenado de números (*a*, *b*), como se muestra en la Figura 1. El primer número (*a*) se llama coordenada (*x*) de (*P*); el segundo número (*b*) se llama coordenada (*y*)de (*P*). Podemos considerar las coordenadas de (*P*) como su “dirección”, porque especifican su ubicación en el plano. Varios puntos están marcados en la Figura 2.

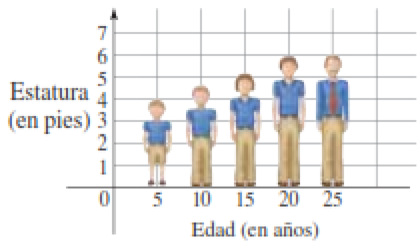
Funciones

En casi todos los fenómenos físicos observamos que una cantidad depende de otra. Por ejemplo, la estatura de una persona depende de su edad, la temperatura depende de la fecha, el costo de enviar un paquete por correo depende de su peso (vea Figura 1). Usamos el término *función* para describir esta dependencia de una cantidad con respecto a otra. Estoes, decimos lo siguiente:

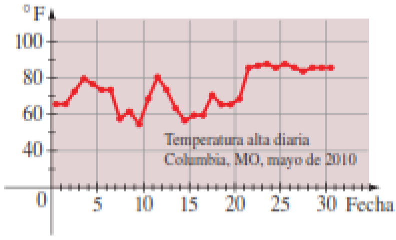
La estatura es una función de la edad.

La temperatura es una función de la fecha.

El costo de enviar un paquete por correo depende de su peso.



La estatura es función de la edad.



La temperatura es función de la fecha.

w (onzas)	Porte (dólares)
$0 < w \leq 1$	1.22
$1 < w \leq 2$	1.39
$2 < w \leq 3$	1.56
$3 < w \leq 4$	1.73
$4 < w \leq 5$	1.90
$5 < w \leq 6$	2.07

El porte es función del peso.

<u>Concepto de función</u>

Desde un punto de vista informal, una *función* es una regla que permite asignar a cada uno de los elementos (*x*) de un conjunto (*A)* un único elemento (*y)* de otro conjunto (*B)*. . Para hablar de una función, es necesario darle un nombre. Usaremos letras como *f,* g, *h,…*para representar funciones. Por ejemplo, analicemos el siguiente ejemplo:

Dados los conjuntos A = {1, 2, 3} y B = N = {y/y es un número natural}, se establece una asignación o regla que hace corresponder a cada elemento de (*A)*, su cuadrado en (*B)*. Esdecir:

al elemento (1) de (*A)* , le corresponde el elemento (1) de (*B)* , f(1) = 1

al elemento (2) de (*A)* , le corresponde el elemento (4) de (*B)* , f(2) = 4

al elemento (3) de (*A)* , le corresponde el elemento (9) de (*B)* , f(3) = 9

La relación establecida entre los elementos de (*A)* y (*B)* está representada por los pares ordenados del siguiente conjunto:

f = {(1,1),(2,4),(3,9)}

Para indicar que el elemento (2) de (*A)* , está relacionado por medio de (*f)* , con el elemento (4) de (*B)*, se escribe $(2,4) \in f$ ó $f(2) = 4$.

> **DEFINICIÓN DE UNA FUNCIÓN**
>
> Una **función** f es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento, llamado $f(x)$, de un conjunto B.

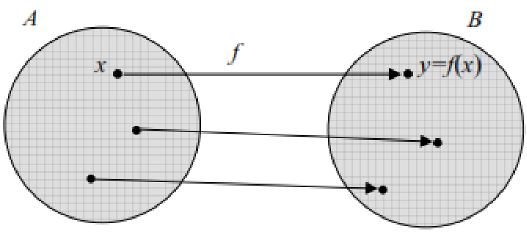
Por lo general consideramos funciones para las cuales los conjuntos (*A)* y (*B)* son conjuntos de números reales. Para indicar que (f) es una función de (A) en (B), se escribe:

$f : A \longrightarrow B$

A cada elemento de (x) que pertenece a (A), le corresponde, por medio de (f), un elemento (y) que pertenece a (B). El símbolo *f* (*x*) se lee (*f* de *x)* o (*f* en *x)* y se denomina valor de (*f)* en (*x)*, o la imagen de (*x)*bajo (*f)*.El conjunto (*A)* recibe el nombre de dominio de la función. El rango o imagen de (*f)* es el conjunto de todos los valores posibles de *f* (*x*) cuando (*x)* varía en todo el dominio, es decir

$$Rango\ o\ Imagen\ de\ f\ = \{f(x)/x \in A\}$$

El símbolo que representa un número arbitrario del dominio de una función (*f)* se llama variable independiente. El símbolo que representa un número en el rango de (*f)* se llama variable dependiente. Por tanto, si escribimos [y = f(x)], entonces (*x)* es la variable independiente y (*y)* es la variable dependiente.



En una función $f : A \longrightarrow B$, el conjunto (*A)* se llama *dominio de (f)* y el (*B) codominio de (f).* Simbólicamente: Dom(f) = A, Codom(f) = B

Se llama rango o imagen de una función de (A) en (B) al conjunto de aquellos elementos del codominio (B) para los cuales existe algún elemento de (A), relacionado con ellos.

De la definición de imagen resulta entonces que:

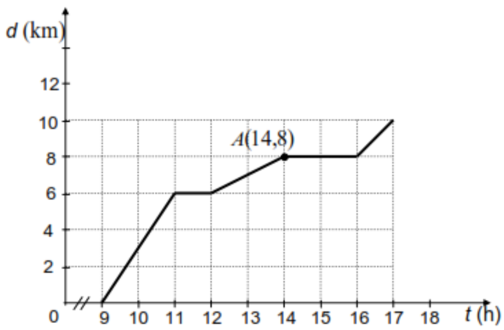
$$Rango\ o\ Imágen\ (f) \sqsubseteq Codominio(f)$$

En los siguientes ejemplos veremos algunos casos característicos de funcione, con su dominio, codominio y rango o imagen:

Formas de representar funciones

Se presentan a continuación algunas formas de representar o expresar la relación funcional entre dos variables.

Mediante un gráfico (visualmente): La gráfica de la figura muestra la distancia al punto de partida, recorrida por un grupo de deportistas, entre la hora (9) y la hora (17). Las variables relacionadas, en este caso, son: tiempo y distancia recorrida. Ambas variables son numéricas. Para confeccionar el gráfico se utilizó un sistema de ejes cartesianos: un eje de abscisas (horizontal), donde se representó el tiempo en horas y un eje de ordenadas (vertical) donde se representó la distancia en kilómetros.



En el eje de abscisas la unidad considerada representa (1hora) y en el eje de ordenadas la unidad representa (2km). El tiempo es la variable independiente (*t)* y la distancia es la variable dependiente (*d)*. Cada punto de la gráfica corresponde a un par de valores (*d,t)* . El gráfico brinda información y muestra un panorama general del modo en que se relacionan las variables.

Realizando un análisis detallado, puede observarse que:

Entre las (9h) y las (11h), los deportistas recorren una distancia de (6km).

De (11h) a (12h) los deportistas están detenidos.

Cuando han transcurrido (7horas) desde la partida, los deportistas han recorrido una distancia de (8 Km).

El punto *A(14,8)* que pertenece a la gráfica indica que a la hora 14, la distancia recorrida es de (8km).

El dominio de la función es: Dom(f) = [9,17]

La imagen de la función es: Img(f) = [0,10]

Graficar funciones por localización de puntos

Para graficar una función (*f*), localizamos los puntos (*x*, *f*(*x*)) en un plano de coordenadas. En otras palabras, localizamos los puntos (*x*, *y*) cuya coordenada (*x*) es una entrada y cuya coordenada (*y*) es la correspondiente salida de la función.

x	$f(x) = x^2$
0	0
$\pm\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
± 1	1
± 2	4
± 3	9

x	$g(x) = x^3$
0	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$
1	1
2	8
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{8}$
-1	-1
-2	-8

x	$h(x) = \sqrt{x}$
0	0
1	1
2	$\sqrt{2}$
3	$\sqrt{3}$
4	2
5	$\sqrt{5}$

LA GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

Si f es una función con dominio A, entonces la **gráfica** de f es el conjunto de pares ordenados

$$\{(x, f(x)) \mid x \in A\}$$

localizados en un plano de coordenadas. En otras palabras, la gráfica de f es el conjunto de todos los puntos (x, y) tales que $y = f(x)$; esto es, la gráfica de f es la gráfica de la ecuación $y = f(x)$.

La gráfica de una función (*f*) da un retrato del comportamiento o "historia de la vida" de la función. Podemos leer el valor de *f*(*x*) a partir de la gráfica como la altura de la gráfica arriba del punto *x* (vea Figura 1).

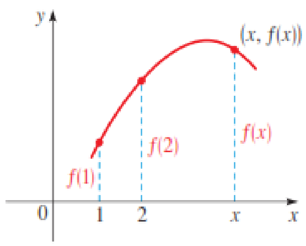
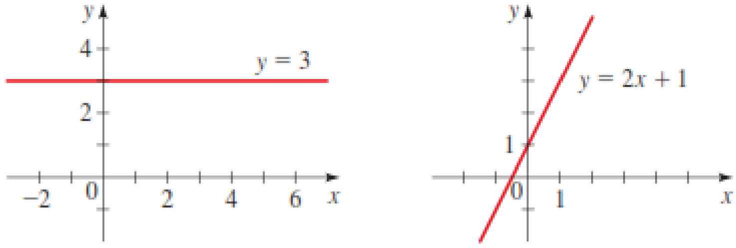


FIGURA 1 La altura de la gráfica sobre el punto x es el valor de $f(x)$.

Una función (*f*) de la forma *f* (*x*)= *mx* + *b*, se denomina función lineal porque su gráfica es la gráfica de la ecuación (*y* = *mx* + *b*), que representa una recta con pendiente (*m*) y punto de intersección (*b*) en (*y*). Un caso especial de una función lineal se presenta cuando la pendiente es (*m* = *0*). La función *f(x)* = *b*, donde (*b*) es un número determinado, recibe el nombre de función constante porque todos sus valores son el mismo número, es decir, (*b*). Su gráfica es la recta horizontal (*y* =*b*). La Figura 2 muestra las gráficas de la función constante $f(x) = 3$ y la función lineal $f(x) = 2x +$



La función constante $f(x) = 3$ La función lineal $f(x) = 2x + 1$

FIGURA 2

<u>Ejemplo:</u> Trace las gráficas de las siguientes funciones

(a) $f(x) = x^2$ **(b)** $g(x) = x^3$ **(c)** $h(x) = \sqrt{x}$

Primero hacemos una tabla de valores. A continuación, localizamos los puntos dados por la tabla y los unimos con una curva suave sin irregularidades para obtener la gráfica.

Las gráficas están trazadas en la Figura 3.

Intente hacer el siguiente ejercicio

Trace la gráfica de las siguientes funciones, haciendo primero una tabla de valores

$$f(x) = -x^2$$

$$f(x) = x^3 - 8$$

<u>Algunos tipos de funciones</u>

<u>Función lineal</u>

Se llama función lineal a toda función *f(x)* definida por una expresión de la forma:

f(x) = ax + b

donde (a) y (b) son números reales y (a) es distinto de (0)

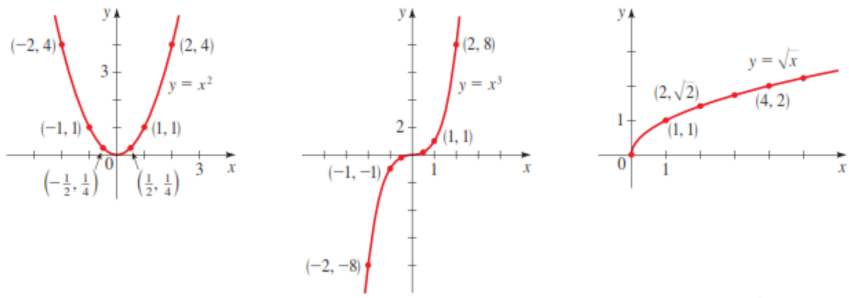


FIGURA 3 (a) $f(x) = x^2$ (b) $g(x) = x^3$ (c) $h(x) = \sqrt{x}$

La variable dependiente es y = f(x), por lo tanto la expresión de la función adopta la siguiente forma:

y = ax + b

La representación gráfica de cualquier función lineal es una recta y la ecuación (y = ax + b), recibe el nombre de ecuación explícita de la recta.

Toda recta que no sea vertical corta al eje (*y)* en un punto de abscisa (x =0). Si en la ecuación (y = ax + b), se considera (x = 0), se tiene:

f(0) = a.0 + b

f(0) = b

El par ordenado (0,b) representa el punto de intersección entre la recta y el eje de ordenadas. Entonces decimos que (b) es la ordenada al origen.

Si la recta corta al eje de las (x), el punto tiene una ordenada (y = 0). Si en la ecuación (y = ax + b), se considera (y = 0), se tiene:

0 = ax + b

0 – b = ax + b – b

-b = ax

$$-b\frac{1}{a} = ax\frac{1}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

El par ordenado $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$ representa las coordenadas del punto de intersección entre la recta y el eje de las abscisas.

Entonces decimos que $\left(\boldsymbol{x = -\frac{b}{a}}\right)$ recibe el nombre de abscisa al origen.

Observamos que la variable independiente (x) en una función lineal, está acompañada de un valor real (a), ese valor recibe el nombre de pendiente, podemos decir que si

La pendiente es positiva (a > 0), la función lineal es creciente

La pendiente es negativa (a < 0), la función es decreciente

La pendiente es nula (a = 0), la función es constante y la gráfica resulta ser una línea recta paralela al eje de las abscisas.

<u>Ejemplo:</u>

Graficar y analizar la siguiente función lineal

$$f(x) = \frac{3}{4}x + 3$$

Intente hacer el siguiente ejercicio:

Grafique y analice la siguiente función lineal $f(x) = -3x + 2$

Observación:

- Las rectas paralelas al eje x representan gráficamente funciones definidas por ecuaciones del tipo $y = k$, donde k es un número real. Una función definida de este modo no es una función lineal y recibe el nombre de **función constante.**
- Las rectas paralelas al eje y **no representan gráficamente funciones**. Tienen ecuaciones de la forma $x = k$, con $k \in R$.

Funcióncuadrática:

FUNCIONES CUADRÁTICAS

Una **función cuadrática** es una función polinomial de grado 2. Entonces, una función cuadrática es una función de la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \qquad a \neq 0$$

La representación gráfica de una función cuadrática es una parábola y la expresión $y = ax^2 + bx + c$, recibe el nombre de ecuación explícita de la parábola.

Para realizar la representación gráfica de una función cuadrática dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, no es necesario realizar una tabla de valores. En este caso se deben usar las características particulares de la parábola: su eje de simetría, su vértice, los puntos de intersección con el eje (x) (si existen) y el punto de intersección con el eje (y).

Punto de intersección de la parábola con el eje (y), llamado también ordenada al origen. Para obtener este punto, consideramos (x = 0) y reemplazamos en la ecuación

$$f(0) = a.0^2 + b.0 + c = c$$

La parábola va a cortar al eje de las (y) en un punto C(0,c)

Puntos de intersección de la parábola con el eje (x), llamadas también raíces de la ecuación o ceros de la función cuadrática. Para obtener estos valores hacemos (y = 0) en la función cuadrática y calculamos $\left(x_{1,2}\right)$ utilizando la expresión ya conocida

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si las dos raíces son reales y distintas, esto significa que la parábola corta al eje de las (x) en los puntos A(x1,0) y B(x2,0).

Si las dos raíces son reales y coincidentes, la parábola solo tiene un punto en común con el eje de las abscisas.

Si las dos raíces son complejas conjugadas, no hay contacto entre la parábola y el eje (x).

Las coordenadas del vértice $\boldsymbol{V(x_v, y_v)}$, se calculan del siguiente modo:

(x_v)es el punto medio entre las dos raíces $(x_1)y(x_2)$, por lo tanto se puede expresar como $\left(x_v = \frac{x_1+x_2}{2}\right)$, una vez calculado este valor, lo reemplazamos en $y_v = ax_v + bx_v + c$.

Vamos a obtener el valor de (x_v) reemplazando las expresiones de $(x_1)y(x_2)$.

$$x_v = \frac{\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}{2} = \frac{\frac{-2b}{2a}}{2} = \frac{\frac{-b}{a}}{2} = \frac{-b}{a}.\frac{1}{2} = -\frac{b}{2a}$$

$x_v = -\frac{b}{2a}$, de esta forma se puede calcular (xv) sin necesidad de conocer las raíces

Orientación de las ramas de la parábola, depende del signo de (a).

Si (a > 0), las ramas van hacia arriba

Si (a < 0), las ramas van hacia abajo

Intente hacer el siguiente ejercicio

Grafique y analice la siguiente función cuadrática $f(x) = 2x^2 - 12x + 23$

5. Química

Bottari, Carina, Mario, Jorge y Bianchi Leonardo.

Sabemos que Química no es una ciencia extraña que sólo está presente en los experimentos del laboratorio, por el contrario, la Química ocurre todos los días y tiene un gran impacto sobre lo que uno usa y hace. Hacemos Química cuando cocinamos, cuando agregamos cloro a la pileta que armamos en el patio o cuando se enciende el motor de un automóvil. Se produce una reacción química cuando un clavo se oxida, cuando las plantas convierten el dióxido de carbono y el agua en carbohidratos y energía para crecer, o cuando disolvemos en agua una tableta antiácida luego de una noche de excesos.

Es por eso que la Química esta tan íntimamente relacionada con la Física.

Su *objeto de estudio* son los fenómenos químicos, es decir, las transformaciones que sufre la materia y generan un cambio en su composición química.

1.- MATERIA

Es todo aquello que ocupa un lugar en el espacio, es decir, tiene volumen; puede ser percibida por los sentidos; posee masa. Denominamos material a las distintas ―clases de materia‖ que podemos encontrar.

•Cuerpo

Es una porción limitada de materia. Sus límites son precisos, de manera tal que puedo representarlo gráficamente. Puede haber un mismo cuerpo formado por distintos materiales, o diversos cuerpos formados por un mismo material.

Actividad 01 Observa el lugar donde vives, visualiza cuerpos y analiza qué materiales lo constituyen, luego nombra 4 ejemplos de los cuerpos encontrados, y de cada uno de ellos señala 4 materiales que pueden constituirlo.

1)…………………………………………………………………………………………….

2)…………………………………………………………………………………………….

3)…………………………………………………………………………………………….

4)…………………………………………………………………………………………….

Masa

Es la cantidad de materia que constituye un cuerpo. La masa de un cuerpo es una propiedad intrínseca del mismo; la cantidad de materia, independiente de la intensidad del campo gravitatorio y de cualquier otro efecto. Representa la inercia o resistencia del cuerpo a la aceleración (masa inercial), además de hacerla sensible a los efectos de los campos gravitatorios (masa gravitatoria). La masa es la propiedad de la materia que nos permite determinar la cantidad de materia que posee un cuerpo. La mesa tiene más masa que la silla en la que te sientas porque tiene más materia, el lápiz contiene menos materia que la libreta y, por tanto, tiene menos masa.

La masa puede medirse en muchas unidades: libras, granos, kilates, gramos, etc. En el Sistema Internacional (abreviadamente S.I.) la masa se mide en kilogramos. Para medir la masa de un cuerpo usamos la balanza, de la que existen varios tipos: romana, de laboratorio, granatarios, electrónicas, de precisión, etc.

Actividad 02 Recuerda los lugares que recorres regularmente (casa, instituto, mercado, tienda, carnicería, entre otros) e identifica si se usan balanzas; luego dibuja 2 tipos de balanzas, indica sus partes, describe cómo se usan y señalar los lugares precisos en los que se las utiliza.

Balanza 1

Dibújala señalando sus partes:

Describe cómo se usa:……………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

¿En qué lugares de usa?...

Balanza 2

Dibújala señalando sus partes:

Describe cómo se usa:…………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

¿En qué lugares de usa?...

Peso

El peso de un cuerpo es una magnitud vectorial; el cual se define como la fuerza con la cual un cuerpo actúa sobre un punto de apoyo, a causa de la atracción de este cuerpo por la fuerza de la gravedad. El peso de un cuerpo no es una propiedad intrínseca del mismo, ya que depende de la intensidad del campo gravitatorio en el lugar del espacio ocupado por el cuerpo. La situación más corriente, es la del peso de los cuerpos en las proximidades de la superficie de un planeta como la Tierra, o de un satélite. El peso de un cuerpo depende de la intensidad del campo gravitatorio y de la masa del cuerpo. Se mide en Newton (N) y también en kg-fuerza, dinas, libras-fuerza, onzas- fuerza. Se denomina dinamómetro a un instrumento utilizado para medir fuerzas.

Actividad 03 Si un cuerpo ubicado sobre la superficie terrestre, posee 100 kg de masa, y sobre él se ejerce una fuerza peso determinada por la acción del campo gravitatorio:

a.- ¿Cómo se modificará la masa y el peso, si el cuerpo se encuentra en un planeta cuya gravedad es menor que la de la Tierra? (seguirá igual, aumentará, disminuirá) Justifique la respuesta…………………………………………………………………………………………
.....

………………………………………………………………………………………………
……

………………………………………………………………………………………………
……

………………………………………………………………………………………………
……

b.- ¿Cómo se modificará la masa y el peso, si el cuerpo se encuentra en un planeta cuya gravedad es mayor que la de la Tierra?(seguirá igual, aumentará, disminuirá) Justifique la respuesta…………………………………………………………………………………………
…..

……………………………………………………………………………………………………
……..

……………………………………………………………………………………………………
……..

……………………………………………………………………………………………………
……

2.- ESTADOS DE LA MATERIA Y EL MODELO CINÉTICO PARTICULAR

Modelo cinético particular

Para explicar el comportamiento de la materia y las características de los gases, los científicos propusieron, durante el siglo XIX, la denominada "teoría cinética de los gases".

Su ampliación a líquidos y sólidos dio lugar al modelo cinético-particular de la materia.

Este modelo se basa en dos postulados fundamentales.

La materia es discontinua, es decir, está formada por un gran número de partículas separadas entre sí.

Estas partículas materiales se encuentran en constante movimiento, debido a las fuerzas que surgen entre las mismas.

Según este modelo, todo lo que vemos, tocamos, olemos, degustamos está formado por unas partículas muy pequeñas, que son invisibles aún a los mejores microscopios, y que se llaman moléculas. Las moléculas están en continuo movimiento y entre ellas existen fuerzas atractivas, llamadas fuerzas de cohesión. Las moléculas al estar en movimiento, se encuentran a una cierta distancia unas de otras. Entre las moléculas hay espacio vacío.

Cuando las moléculas están muy juntas, y se mueven oscilando alrededor de unas posiciones fijas; las fuerzas de cohesión son muy grandes. En este caso la materia se encuentra en ESTADO SOLIDO

, Cuando las moléculas están más separadas, y se mueven de manera que pueden cambiar sus posiciones; pero las fuerzas de cohesión, aunque son manos intensas que, en el estado sólido, impiden que las moléculas puedan independizarse. La materia se encuentra en ESTADO LIQUIDO

Cuando las moléculas están totalmente separadas unas de otras, y se mueven libremente; no existen fuerzas de cohesión. La materia se encuentra en ESTADO

GASEOSO

En la siguiente imagen, se representa de qué manera se encuentran las moléculas en un cuerpo sólido (tronco de madera), un cuerpo líquido (bebida contenida en un frasco), y un cuerpo gaseoso (el aire contenido en un globo).

Actividad 04 En el marco del Modelo Cinético Particular explica las siguientes afirmaciones:

Cuando un cuerpo se encuentra en estado gaseoso, por ejemplo, el aire contenido en una habitación, puede ser atravesado fácilmente

……..

……..

Cuando un cuerpo se encuentra en estado líquido, por ejemplo, el agua contenida en una pileta, puede ser atravesado con cierta dificultad

……………………………………………………………………………………………………
……

……………………………………………………………………………………………………
……

Cuando un cuerpo se encuentra en estado sólido, por ejemplo, una vaso de vidrio, no puede ser atravesado

……………………………………………………………………………………………………
……..

……………………………………………………………………………………………………
……..

Un cuerpo líquido puede cambiar su forma, pero no su volumen, a temperatura ambiente

……………………………………………………………………………………………………
………

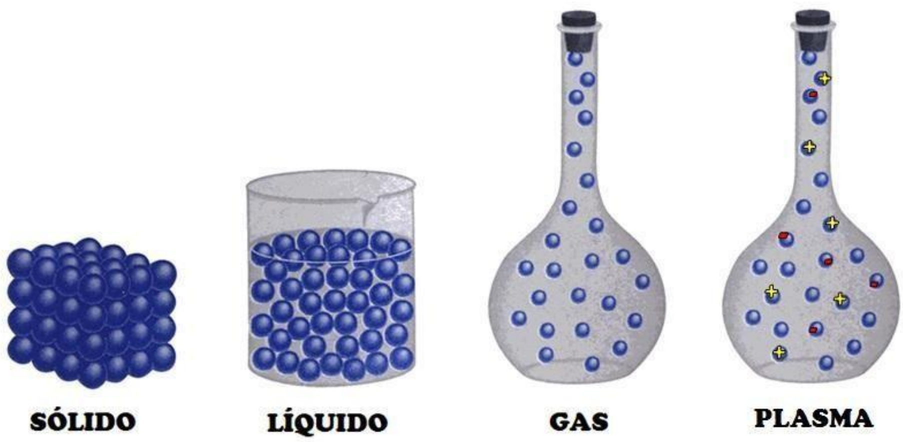
……………………………………………………………………………………………………
………

Un cuerpo sólido no puede cambiar su forma ni su volumen, a temperatura ambiente

……………………………………………………………………………………………………
………

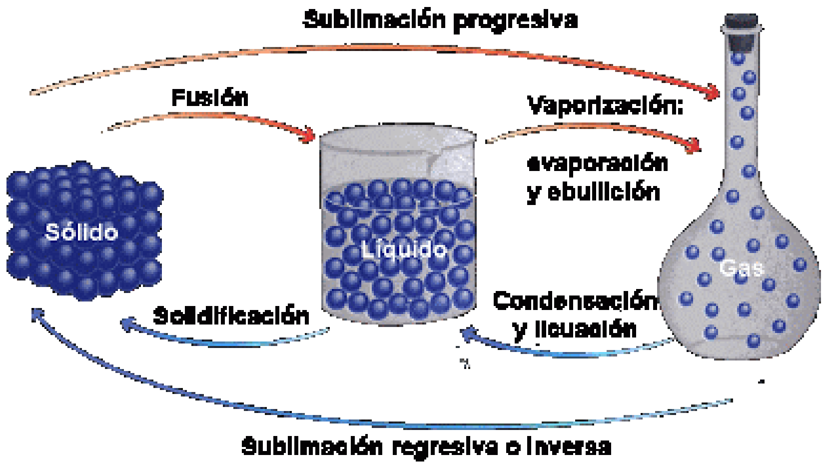
……………………………………………………………………………………………………
……

Los estados de agregación de la materia, que tradicionalmente se estudian, son el sólido, líquido y gaseoso. El estado de plasma, está presente en nuestra vida cotidiana, en ejemplos naturales (el Sol), y artificiales (el tv de pantalla de plasma)



Cambios del estado de agregación de la materia

La imagen nos muestra los cambios que se pueden producir, entre los estados sólido, líquido y gaseoso.



Actividad 08 Teniendo en cuenta la imagen anterior, indica el nombre de los siguientes cambios de estado:

De líquido a sólido, se denomina……………..

De gas a sólido, se denomina…………………

De líquido a gas, se denomina……….

De sólido a líquido, se denomina……….

De gas a líquido, se denomina……….

Actividad 09 Observa las siguientes imágenes, y comenta qué cambios de estado encuentras en ellas:

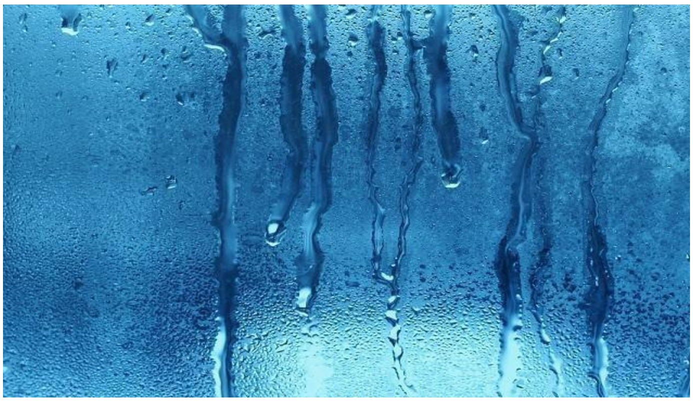
Imagen1

Observo el cambio de estado:………………………………………….

Imagen2

Observo el cambio de estado:………………………………………

Imagen3



Observo el cambio de estado:…………………………………………..

3- PROPIEDADES DE LA MATERIA

Una forma de describir la materia es observar sus propiedades. Hay dos tipos de propiedades: las físicas y las químicas.

Propiedades Físicas: Son aquellas propiedades que se observan o miden sin afectar la identidad de una sustancia. Son ejemplos de este tipo de propiedades: color, olor, punto de fusión, punto de ebullición, estado a 25 °C, apariencia, conducción de la electricidad, conducción del calor, densidad.

Densidad (δ) La densidad es una propiedad física importante. Es la medida de cuánta masa hay contenida en una unidad de volumen. Se expresa mediante la fórmula: $\delta = m/v$ Donde δ es la de densidad, m la masa y v el volumen.

Puesto de manera sencilla, si la masa es la medida de cuánto material tiene un objeto, entonces, la densidad es la medida de cuán compactado está ese material. En el sistema de unidades SI se expresa en kg/m^3, aunque en general sus unidades son: g/cm3 para los sólidos, g/cm^3 o g/mL para los líquidos y g/L para los gases.

Los cuerpos sólidos suelen tener mayor densidad que los líquidos y éstos tienen mayor densidad que los gases.

La densidad del agua, por ejemplo, es de 1 gr/cm^3. Esto significa que si tomamos un cubo de 1 cm de lado y lo llenamos de agua, el agua contenida en ese cubo tendrá una masa de un gramo.

Una de las maneras cotidianas para ilustrar a la densidad, es a través de la observación de cualquier cosa que flote o se hunda en un líquido determinado, (por ejemplo, agua).

Si un objeto es menos denso que el líquido en donde se encuentra, entonces flotará. Pero si es más denso, se hundirá. Por eso es que un ancla, la cual es muy densa (con gran cantidad de masa en poco volumen), se hunde tan rápidamente; mientras que un corcho (poca masa y gran volumen), flota y le cuesta hundirse porque es menos denso que el agua.

Algunos elementos son, por naturaleza, muy densos. Este es el caso del mercurio (Hg) que es un metal líquido a temperatura ambiente cuya densidad de 13,6 gr/cm^3. Esto significa que en un cubo de 1 cm de lado lleno con mercurio se tiene una masa de 13,6 gramos.

Actividad 10

Una muestra de 44,65 gr de cobre tiene un volumen de 5 cm^3 ¿Cuál es la densidad del cobre?

Actividad 11

Analice la siguiente situación: —un barco que transporta petróleo, por el océano Atlántico, sufre una rotura y comienza a descargar el crudo en el agua de mar.

¿El petróleo se mezcla con el agua? Fundamente la respuesta………………………

……………………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………………….

Dibuje la situación señalando el petróleo y el agua……………………………………..

……………………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………………….

¿Cuál de las 2 sustancias es más densa? ¿Cómo lo comprueba fácilmente?

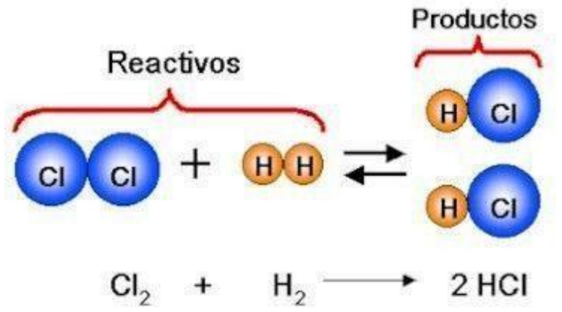
……………………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………………….

Actividad 12

Si la densidad de la leche es 1,04 g/mL ¿Cuántos gramos de leche hay en una taza de leche (250 mL)?

“Las propiedades químicas de la materia son las características de una sustancia que indican su capacidad de experimentar determinados cambios químicos. Durante este proceso hay rompimientos y formación de enlaces, liberación y absorción de energía, reordenamiento de sus partículas, etc. Por lo tanto se produce una sustancia química nueva cuya estructura es distinta a la de la sustancia original.”



Ejemplos de cambios químicos

Tipo de cambio químico	Cambios en propiedades químicas
Caramelizar azúcar	A altas temperaturas el azúcar blanco cambia a una sustancia suave de color caramelo.
Formación de óxido	El hierro que es gris y brillante, se combina con el oxígeno para formar óxido anaranjado-rojizo.
Quemar madera	Un trozo de pino se quema con una llama que produce calor, cenizas, dióxido de carbono y vapor de agua.

Las propiedades intensivas/extensivas es una clasificación diferente a físicas/químicas

Propiedades intensivas: Son aquellas cuyo valor a medir no dependen de la cantidad de materia que posee el sistema. Son ej. de esta propiedad el punto de fusión, punto de ebullición, olor, sabor, etc.

Cuando medimos el punto de ebullición del agua, que es de 100°C ante una presión externa de 1 atmósfera y encontrándonos a nivel del mar, obtendremos el mismo valor si se trata de un litro de agua, o dos, o tres, o 200cm3.

Lo mismo con el punto de congelación. El agua, a 0°C comienza a solidificarse a una presión externa de una atmósfera, pero será la misma temperatura para un cubito de hielo que se forme, o para una masa mayor.

La densidad o peso específico de una sustancia, también es un ejemplo de propiedad intensiva. La densidad es la relación entre la masa y el volumen que ocupa un cuerpo. Si aumenta la masa aumentara también el volumen; por lo tanto, el valor de la densidad se mantendrá constante. Por ejemplo, la densidad del aluminio es de 2,7 g/cm3 (gramos por centímetro cúbico). No importa si se trata de 600 gramos de aluminio o de 4 kilogramos.

Otras propiedades intensivas son color, olor, sabor, índice de refracción, viscosidad, grado de dureza, etc.

Propiedades extensivas: Son aquellas cuyo valor a medir dependen de la cantidad de materia que posee el sistema. Ej: la longitud, la masa, el volumen,etc.

Cuando hablamos del volumen de un cuerpo, veremos que este varía, dependiendo si tiene más o menos masa. Dos litros de agua tendrán más masa que 500 cm^3 (medio litro), y por consecuencia, más volumen.

Si comparamos dos objetos del mismo grosor, pero de distinta longitud como dos lápices, sabremos que el más largo tendrá más masa.

Volumen (m3), longitud (m), masa (Kg), peso (N), etc, constituyen propiedades extensivas de la materia.

Actividad 13

Explique, ayudado con dibujos, cómo comprueba que la masa es una propiedad extensiva

Actividad 14

El color, ¿qué tipo de propiedad es, intensiva o extensiva? Explique, ayudado con dibujos, cómo comprueba la respuesta que ha dado

Caracteres organolépticos: son propiedades intensivas, percibidas a través de los sentidos (tacto, gusto, oído, olfato y visión).

Actividad 15

Complete la siguiente tabla de acuerdo a su experiencia previa, si puede ensáyelo nuevamente:

Material	Color	Olor	Sabor	Sensación al tacto
Vidrio				
Metal				
carne cocida				
Bebida cola				

Actividad 16

Compare las respuestas que colocó en la tabla anterior con las de sus compañeros, y responda:

¿Las respuestas fueron las mismas?...

……………………………………………………………………………………………………….

¿Por qué considera que coincidieron o no?..

…………………………………………………………………………………………………….
….

¿Los caracteres organolépticos tienen validez científica? ¿Por qué?......................

…………………………………………………………………………………………………….
…

Constantes físicas: son propiedades intensivas; están representadas por valores numéricos, acompañados de unidades. Son específicas para cada sustancia. Son ejemplos, el punto de fusión y el punto de ebullición, la densidad, la viscosidad. El agua posee un punto de fusión de 0°C a 1 atm, un punto de ebullición de 100°C a 1 atm, y una densidad de 1 g/ml; no hay otra sustancia que tenga esas mismas constantes físicas.

Actividad 17

Dispongo de un recipiente que contiene 1 litro de agua. ¿Por qué varía el punto de ebullición del agua si el recipiente está siendo sometido a calentamiento a orillas del río de la Plata, o se encuentra sobre la cumbre del cerro Aconcagua?...

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

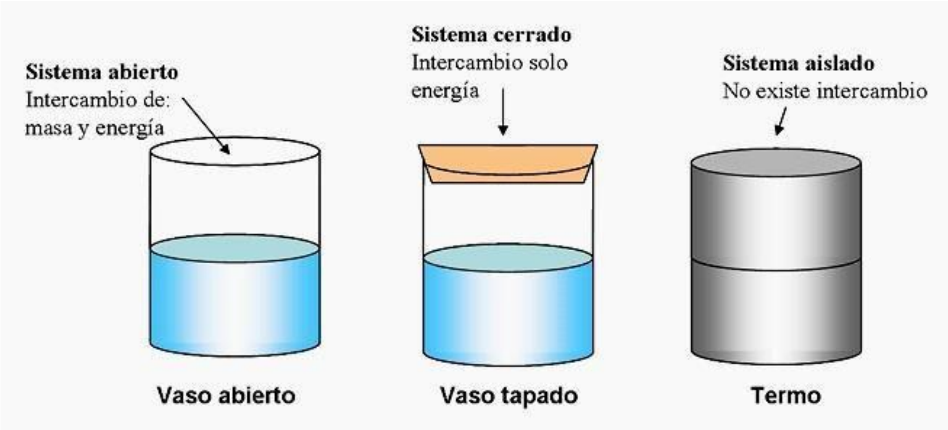
…………………………………………………………………………………………………

4- SISTEMAS MATERIALES

En general…

Un sistema es un conjunto de partes o elementos, organizados y relacionados, que interactúan entre sí para lograr un objetivo. Los sistemas reciben (entrada) datos, energía o materia del ambiente y proveen (salida) información, energía o materia. Los sistemas pueden ser abiertos, cerrados y aislados.

En la siguiente imagen se presenta un ejemplo de casa clase de sistema:



Actividad 18

Clasifique los siguientes ejemplos de sistemas, y fundamente la respuesta:

una taza de cerámica que contiene chocolate a 10 °C……………………………….

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

una botella que contiene bebida lima limón a temperatura ambiente y se encuentra tapada con un corcho……………………………………………………………………….

……

……

un plato de loza con sopa caliente………………………………………………………………

……

………………………………………………………………………………………………

un termo cerrado y que contiene agua para preparar mate……………………………….

……

…………………………………………………………………………………………

Los sistemas materiales son aquellos cuerpos, parte de cuerpos o conjuntos de cuerpos, que se aíslan del entorno, para su posterior análisis.

Teniendo en cuenta si varían o no varían, las propiedades intensivas de un sistema, podemos clasificarlos en: sistemas materiales homogéneos, y sistemas materiales heterogéneos[1].

FASE Se denomina fase, a cada una de las zonas macroscópicas del espacio de una composición química, y sus propiedades físicas homogéneas, que forman un sistema. Al mezclar agua y aceite, y dejarlos reposar unos minutos; se observa una línea divisoria o interfase, dado que estos materiales no son compatibles y se separan en fases.

Un ejemplo de interfase es la que se constituye entre la gota de grasa y el resto del líquido, cuando se hierve pollo para generar un caldo, esa película fina que separa ambas fases.

Llevado al laboratorio y mezclando agua y aceite lo observaríamos de esta manera:

Actividad 19

Nombra 3 ejemplos de interfase que observes en tu vida diaria, agrega un dibujo y resalta la interfase

Ejemplo 1

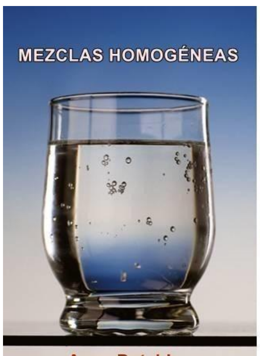
[1] Para cuando queremos clasificar sistemas materiales de nuestro entorno es necesario recordar que el análisis puede ser macroscópico o microscópico. El **nivel macroscópico** describe la posición o estado físico concreto de las partículas que integran un cuerpo pudiendo resumirse en una ecuación de estado que sólo incluye magnitudes extensivas (volumen, longitud, masa) y magnitudes intensivas promedio (presión, temperatura).El nivel microscópico describe qué fenómenos ocurren a escalas no visibles a simple vista y que son relevantes.

Ejemplo 2

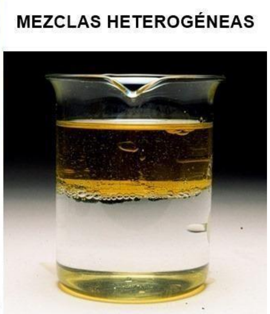
Ejemplo 3

MEZCLA, es aquella parte de materia que está formada por varios componentes, que no pierden sus propiedades y características por el hecho de mezclarse.

“Es un material formado por dos o más componentes unidos, pero no combinados químicamente.”



Agua Potable



Agua con Aceite

Mezclas homogéneas Aquellas mezclas en las que sus componentes no se pueden diferenciar a simple vista.

Estas mezclas constituyen sistemas homogéneos. Las mezclas homogéneas de líquidos se conocen con el nombre de soluciones y están constituidas por un soluto y un solvente, siendo el primero el que se encuentra en menor proporción y además suele ser el líquido, pueden ser más de un soluto que el solvente, y no necesariamente líquido. *Por ejemplo*, el agua mezclada con sales minerales o con azúcar, el agua es el disolvente y el azúcar el soluto.

Mezclas Heterogéneas Aquellas mezclas en las que sus componentes se pueden diferenciar a simple vista.

Actividad 20

Observa y analiza los siguientes ejemplos, luego clasifícalos colocando a la derecha (1) si se trata de una solución, (2) si se trata de una mezcla heterogénea y (3) si no es una mezcla:

- ✓ Infusión de té con azúcar
- ✓ Caldo de gallina
- ✓ Agua mineral
- ✓ Jugo de naranja totalmente disuelto en agua
- ✓ Vinagre
- ✓ Café molido
- ✓ Café disuelto en agua
- ✓ Ensalada de lechuga y tomate

Sistemas Homogéneos

Son los sistemas materiales cuyas propiedades intensivas no varían, en toda su masa. En estos sistemas vemos una continuidad en toda su masa. Es decir, no observamos cambios de ninguna índole.

Se dice que *un sistema homogéneo es monofásico*, es decir, está constituido por una sola fase. De esta manera, fase es considerada sinónimo de sistema homogéneo. Pero un sistema homogéneo, puede estar constituido por un componente o más.

Ejemplos: el agua contenida en un vaso (una fase, un componente), agua con sal disuelta (una fase, dos componentes), agua y alcohol (una fase, dos componentes), un trozo de vidrio (una fase, un componente), aire puro (una fase, varios componentes).

Fraccionamiento de un sistema homogéneo

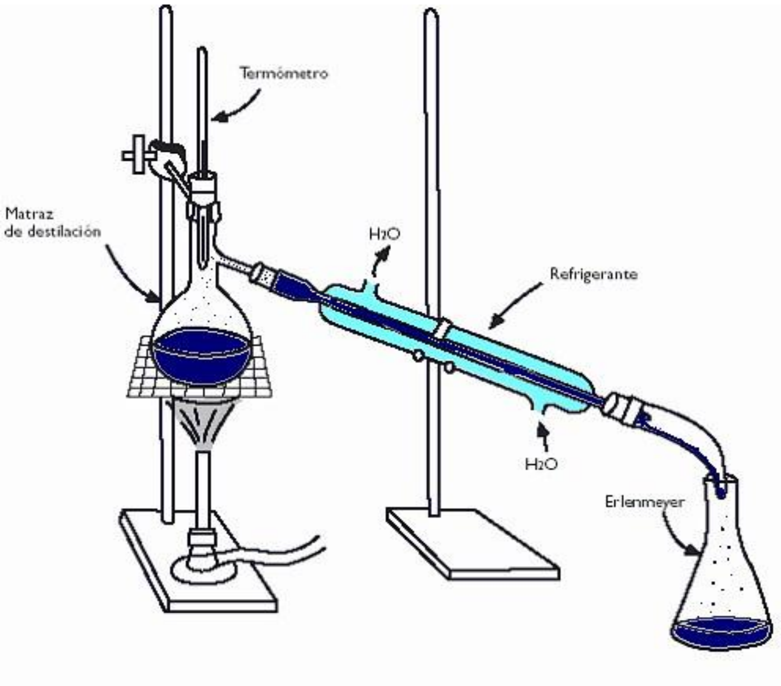
Consiste en aplicar ciertas técnicas que posibilitan obtener cada uno de los componentes del sistema homogéneo por separado.

a.- “DESTILACIÓN Permite transformar un líquido en vapor (vaporización) y luego condensarlo por enfriamiento (condensación). Como vemos, este método involucra cambios de estados. De acuerdo al tipo de solución que se trate, pueden aplicarse distintos tipos de destilación:”
“La destilación es una técnica de separación de sustancias que permite separar los distintos componentes de una mezcla de líquidos miscibles (que se encuentran

mezclados) o de soluciones de sólidos disueltos en agua. Esta técnica se basa fundamentalmente en los puntos de ebullición de cada uno de los componentes de la mezcla.

Esta técnica consta de transformar la mezcla líquida en vapor (vaporización) y luego condensarlo por enfriamiento (condensación). Como vemos, este método involucra cambios de estados. De acuerdo al tipo de solución que se trate, pueden aplicarse distintos tipos de destilación:"

Simple se emplea para separar el solvente de sustancias sólidas disueltas (solutos). Este método se aplica principalmente en procesos de purificación, como por ejemplo, a partir del agua de mar puede obtenerse agua pura destilando ésta y quemando los residuos sólidos disueltos en el fondo del recipiente.



Fraccionada se emplea para separar 2 o más líquidos de diferentes puntos de ebullición. El líquido de menor temperatura de ebullición destila primero. Para lograr obtener los líquidos puros se emplean columnas fraccionadoras o rectificadoras.

Ej.: alcohol (78.5ºC) y agua (100ºC).

En procesos industriales, este procedimiento se lleva a cabo dentro de grandes torres de acero, calefaccionadas por gas natural, fuel oil o vapor de agua sobrecalentado. La condensación de los vapores producidos se realiza en intercambiadores de calor o condensadores con agua fría o vapor de amoniaco. Se emplean para obtener agua destilada, fraccionamiento dl petróleo en a obtención de naftas, aceites, gasoil,

b.- CRISTALIZACIÓN Se emplea para separar sólidos disueltos en solventes líquidos. Puede hacerse por enfriamiento (disminución de solubilidad por descenso de temperatura) o por calentamiento (disminución de capacidad de disolución por evaporación del solvente)

En el siguiente link se puede ver un video muy interesante, referido al ―bosque de aspirinas‖: https://youtu.be/Xk5nizGQlGs

Sistemas Heterogéneos

En estos sistemas se ven discontinuidades, porque sus propiedades intensivas sufren variaciones, a lo largo de su masa. *Están constituidos por 2 o más fases*, se los denomina polifásicos. La superficie de contacto entre 2 fases, es la interfase.

Ejemplos: Agua y arena (la arena se deposita en el fondo del recipiente, y se diferencia del agua que queda en la parte superior), agua y aceite (el aceite queda en la parte de arriba por su menor densidad, y al ser inmiscible con el agua, ésta queda en la parte inferior). La separación se ve marcadamente, por una línea continua (interfase). Obviamente estas no se ven en los sistemas homogéneos.

En muchos ejercicios de este tema preguntan sobre la cantidad de fases, la cantidad de componentes y el tipo de sistema que constituyen algunos sistemas materiales.

Veremos algunos ejemplos.

I.- Agua, aceite y alcohol: En este caso estamos en presencia de un sistema heterogéneo, con dos fases (Aceite por un lado y agua y alcohol por otro) y tres componentes, agua, aceite y alcohol.

II.- Agua y hielo: Tenemos dos fases (agua líquida y hielo) y un solo componente que es el agua.

III.- Bebida gaseosa: Podemos tomar a la bebida en si como un solo componente y al gas que es el CO2 como el otro. Y dos fases, la líquida y la gaseosa determinada por las burbujas.

Separación de fases de un sistema heterogéneo

Hay variados métodos para separar fases en los sistemas heterogéneos, fundamentados en alguna propiedad de ellas. A continuación vamos a detallar algunos.

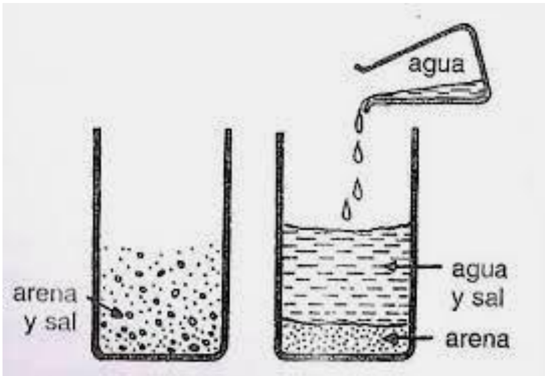
a.- DECANTACIÓN Este método utiliza como principio la diferencia de densidades entre 2 sustancias. Por ejemplo, si queremos separar agua de arena o de otro sólido, vertemos el líquido lentamente de un recipiente a otro quedando la arena en el fondo. En el caso de dos líquidos de distintas densidades e inmiscibles como el agua y el aceite, usamos la ampolla de decantación. Es un dispositivo como muestra la figura. En la parte superior esta un receptáculo para colocar los líquidos. Más abajo tiene un vástago provisto de una mariposa que puede cerrar o abrir el flujode los líquidos. Para recoger a estos se coloca en la parte inferior un vaso de precipitados. Caerá primero el líquido de mayor densidad que se encuentra en la parte inferior. En este ejemplo, el agua. Cuando el agua fluya por completo cerramos la mariposa y quedará el agua en el vaso y el aceite en la ampolla, ambos líquidos completamente separados.

El siguiente link nos lleva a un video, que permite ampliar lo leído:

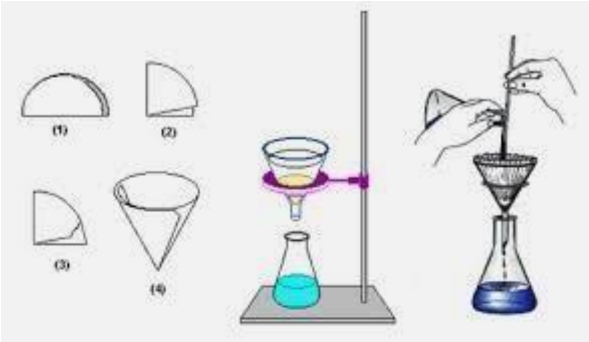
https://youtu.be/mOFPsTVM_6Q

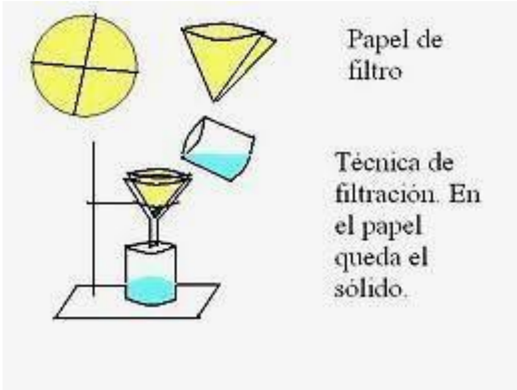
b.-

DISOLUCIÓN Se aplica cuando una de las fases es soluble en un determinado solvente, mientras que la otra no lo es. Un sistema formado por arena y sal puede ser separado introduciéndolo en un recipiente que contiene agua; luego de agitar el sistema para permitir la disolución de la sal, se lo somete a filtración, separándose así la arena del agua salada. A su vez, se separa el agua de la sal por evaporación del disolvente.

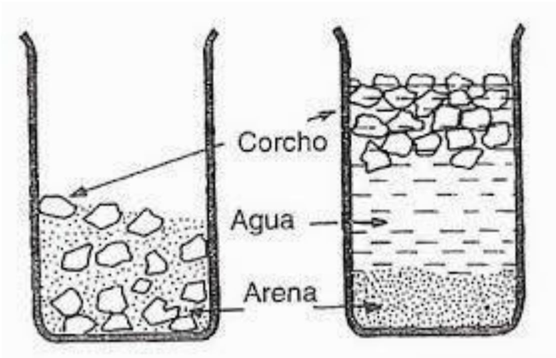


c.- FILTRACIÓN Y EVAPORACIÓN Consiste en filtrar el componente disuelto en el punto anterior y recuperarlo (arena y agua salada). Al filtrar, pasa el agua salada a través del filtro y queda la arena retenida en éste. Luego se evapora el agua quedando la sal en estado sólido en el fondo del recipiente.





d.- FLOTACIÓN Con este método se separan sistemas heterogéneos en reposo formados por sólidos de distinta densidad, tales como arena y partículas de corcho. Si se sumerge el sistema en un líquido de densidad intermedia (agua, por ejemplo), la fase más liviana (corcho) flota y la pesa- da (arena) se deposita en el fondo del recipiente.



e.- IMANTACIÓN Se emplea para separar sólidos magnéticos de otros sólidos no magnéticos, como por ejemplo, limadura de hierro y arena. Al acercar un imán al sistema, éste retiene las partículas de limadura de hierro y puede decantarse la arena.

En el siguiente link, accedemos a un video que nos ampliará lo leído: https://youtu.be/f7pqG7On9Gs

f.- TAMIZACIÓN Se utiliza para separar dos sólidos de diferente tamaño de particular pasándolo a través de una tela denominada tamiz. Por ejemplo al tamizar sal fina y azúcar, como los cristales de sal son más pequeños que los de azúcar, pasan a través del tamiz mientras que los cristales de azúcar quedan retenidos.

g.- TRÍA Se utiliza para separar cuerpos sólidos grandes mediante pinzas. Por ejemplo, para separar trozos de corcho, cubos de hielo, clavos, etc.

Actividad 21

a) Analiza los siguientes ejemplos de sistemas materiales e

Indica si se trata de un sistema homogéneo (especifica si es el caso de una solución) o heterogéneo, y qué cantidad de fases y componentes lo constituyen.

b) Señala qué métodos y cómo aplicarías para separar las fases o fraccionar el sistema homogéneo, de manera ordenada. Puede presentarse más de un camino, elige el que permita aplicar el menor número de métodos.

c) Dibuja cada etapa, indicando los nombres de los materiales que utilizas si lo efectúas en un laboratorio o en tu casa. Por ejemplo, si aplicas una tamización en el laboratorio debes usar un tamiz, si fuese en tu casa usarías un colador.

- Sistema material 1: agua azucarada

a)…………………………………………………………………………………………………
….

…………………………………………………………………………………………………
….

b)…………………………………………………………………………………………………
….

…………………………………………………………………………………………………
….

…………………………………………………………………………………………………
….

…………………………………………………………………………………………………
…. c)

Sistema material 2: granos de arroz, granos de porotos blancos, sémola y harina

a)…………………………………………………………………………………………………
…..

…………………………………………………………………………………………………
…..

b)…………………………………………………………………………………………………
…..

…………………………………………………………………………………………………
…..

…………………………………………………………………………………………………
…..

………………………………………………………………………………………………

c)

Sistema material 3: infusión de café instantáneo azucarada

a)……………………………………………………………………………………………..
………………………………………………………………………………………………..
b)……………………………………………………………………………………………..
………………………………………………………………………………………………..
………………………………………………………………………………………………..
………………………………………………………………………………………………..
c)

Sistema material 4: sal fina mezclada con 2 piedras pequeñas y 10 pedazos de corcho de tamaño igual a las piedras

a)……………………………………………………………………………………………
…….
………………………………………………………………………………………………
…….
b)……………………………………………………………………………………………
…….
………………………………………………………………………………………………
…….
………………………………………………………………………………………………
…….
………………………………………………………………………………………………
c)

5 -Discontinuidad de la Materia

Antes de que se aceptara la idea de la existencia de los átomos, se pensaba que la materia era "continua", es decir, que podía dividirse infinitamente y cada pedacito, por minúsculo que fuera, conservaba sus propiedades, es decir, si dividiéramos un trozo de madera "infinitamente", cada uno de esos "trocitos" seguiría teniendo las propiedades de la madera.

Sin embargo, cuando se acepta la existencia de los átomos, se asume que toda la materia está formada por esas pequeñísimas partículas, las cuales hacen las veces de "pequeños bloques", y que por lo tanto, además de haber un límite para la división, hay "espacio" entre ellas, lo que nos hace asumir la idea de que la materia es "discontinua".

Los filósofos griegos fueron quienes, por primera vez se preocuparon por estudiar la constitución íntima de la materia. Basados en razonamientos lógicos, Leucipo (450 a. C.) y su discípulo Demócrito (460-370 a. C.) propusieron que la materia estaba formada por pequeñas partículas indivisibles a las que llamaron átomos.

Átomo

Es la parte más pequeña en la que se puede obtener materia de forma estable, ya que las partículas subatómicas que lo componen no pueden existir aisladamente salvo en condiciones muy especiales.

Estructura atómica

El átomo está formado por un núcleo, compuesto a su vez por protones y neutrones, y por una corteza que lo rodea en la cual se encuentran los electrones, en igual número que los protones. El protón, descubierto por Ernest Rutherford a principios del Siglo XX, es una partícula elemental que constituye parte del núcleo de cualquier átomo.

El número de protones en el núcleo atómico, denominado número atómico, es el que determina las propiedades químicas del átomo en cuestión. Los protones poseen carga eléctrica positiva y una masa 1.836 veces mayor de la de los electrones.

El neutrón, partícula elemental que constituye parte del núcleo de los átomos. Fueron descubiertos en 1932 por James Chadwick (físico inglés, recibió el Premio Nobel por ese descubrimiento)

Becker. La masa del neutrón es ligeramente superior a la del protón, pero el número de neutrones en el núcleo no determina las propiedades químicas del átomo, aunque sí su estabilidad frente a posibles procesos nucleares (fisión, fusión o emisión de radiactividad). Los neutrones carecen de carga eléctrica, y son inestables cuando se hallan fuera del núcleo, desintegrándose para dar un protón, un electrón y un antineutrino.

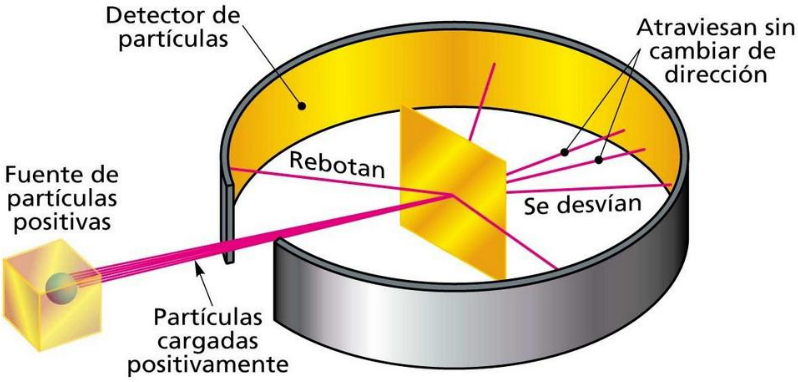
El electrón, es una partícula elemental que constituye parte de cualquier átomo, descubierta en 1897 por J. J. Thomson. Los electrones de un átomo giran en torno a su núcleo, formando la denominada corteza electrónica. La masa del electrón es 1836 veces menor que la del protón y tiene carga opuesta, es decir, negativa. Un átomo neutro tiene el mismo número de protones que electrones, lo que convierte a los átomos en entidades eléctricamente neutras, un átomo neutro. Si un átomo capta o pierde electrones, se convierte en un ión.
Los científicos y el átomo: Ernest Rutherford, científico nacido en Nueva Zelandia, demostró en 1911 la existencia del núcleo atómico, complementando el conocimiento del electrón, descubierto en 1897 por J.J. Thompson. Desde entonces, múltiples experiencias han demostrado que el núcleo está compuesto por partículas más pequeñas, los protones y neutrones. Y en 1963, Murray GellMann postuló que protones y neutrones están compuestos por partículas aún más pequeñas, a las que llamó "quarks".

La experiencia de Rutherford fue crucial en la determinación de la estructura atómica. Para el experimento, una fuente radiactiva que emite partículas alfa se mantuvo frente a una delgada lámina de oro. La fuente y la lámina de oro estaban rodeadas por una pantalla con una capa de sulfuro de zinc, y el aire se bombeaba para garantizar que todo el equipo estuviera dentro del vacío (sin moléculas de aire que pudisesen interferir). Se esperaba que las partículas alfa emitidas por la fuente pasaran directamente a través de la lámina de oro. Cada vez que golpeaban la pantalla recubierta con sulfuro de zinc, debían producir un pequeño punto brillante en la pantalla.
El modelo popular para el átomo en ese momento se conocía como el " Modelo de budin de pasas”.
Según este modelo, los átomos eran objetos esféricos, con la carga positiva distribuida uniformemente como una masa (budín), y pequeños pedazos de carga negativa (electrones) pegados como pasas. Si este "Modelo de budín de pasas" hubiera sido

correcto, todas las partículas alfa deberían haber pasado directamente a través de los átomos de oro en la lámina de oro, mostrando muy poca desviación. Sin embargo, lo que Rutherford y sus alumnos observaron fue bastante diferente.

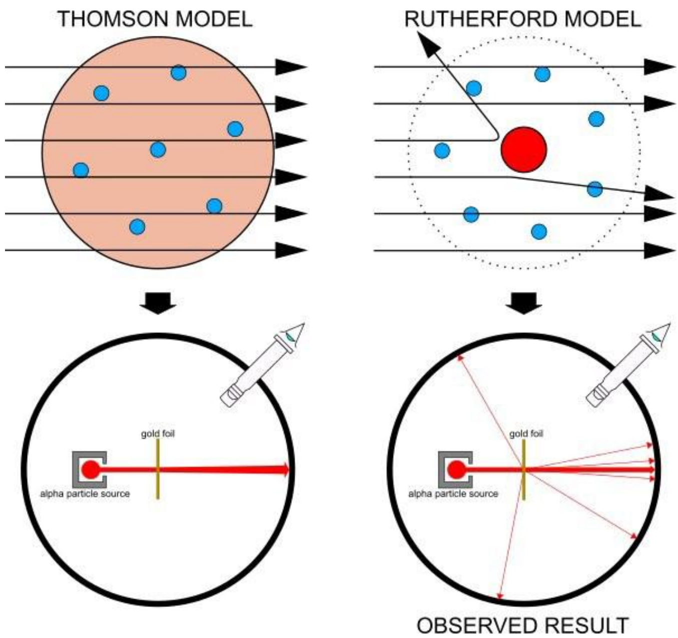
La mayoría de las partículas alfa atravesaron la lámina de oro. Sin embargo, algunas de las partículas alfa parecían desviarse en ángulos grandes. En raras ocasiones, algunas partículas alfa incluso parecen haber sido desviadas por ángulos mayores de 90°. Para explicar este resultado,

Rutherford propuso que la masa de un átomo debe concentrarse en un área muy pequeña en el centro, que él llamó el "núcleo". A partir de las desviaciones, también estaba claro que el núcleo estaba cargado



Observaciones e Interpretación

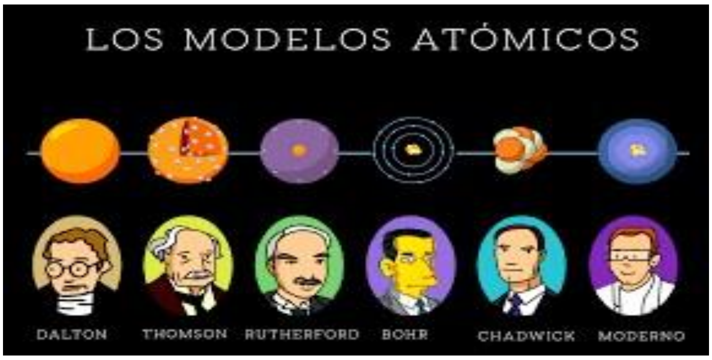
La mayoría de las partículas alfa pasaron directamente a través de la lámina de oro. Estas partículas alfa deben viajar sin acercarse al centro (cargado) del átomo. Por lo tanto, la mayor parte del átomo debe estar vacío.



Pocas de las partículas alfa fueron desviadas en ángulos grandes. Deben acercarse al centro del átomo, donde se desvían de la carga en el centro. Entonces, el núcleo debe estar cargado.

En raras ocasiones, las partículas alfa fueron desviadas hacia el detector. Estos deben haber chocado con el núcleo de frente. Entonces, el núcleo debe contener la mayor parte de la masa del átomo.

Historia Cinco siglos antes de Cristo, los filósofos griegos se preguntaban si la materia podía ser dividida indefinidamente o si llegaría a un punto que tales partículas fueran indivisibles. Es así, como Demócrito formula la teoría de que la materia se compone de partículas indivisibles, a las que llamó átomos (del griego átomos, indivisible). En 1803 el químico inglés John Dalton propone una nueva teoría sobre la constitución de la materia. Según Dalton toda la materia se podía dividir en dos grandes grupos: los elementos y los compuestos. Los elementos estarían constituidos por unidades fundamentales, que en honor a Demócrito, Dalton denominó átomos.



Los compuestos se constituirían de moléculas, cuya estructura viene dada por la unión de átomos en proporciones definidas y constantes. La teoría de Dalton seguía considerando el hecho de que los átomos eran partículas indivisibles. Hacia finales del Siglo XIX, se descubrió que los átomos no son indivisibles, pues se componen de varios tipos de partículas elementales. La primera en ser descubierta fue el electrón en el año 1897 por el investigador Sir Joseph Thomson, quién recibió el Premio Nobel de Física en 1906.

Posteriormente, HantaroNagaoka (1865-1950) durante sus trabajos realizados en Tokio, propone su teoría según la cual los electrones girarían en órbitas alrededor de un cuerpo central cargado positivamente, al igual que los planetas alrededor del Sol. Hoy día sabemos que la carga positiva del átomo se concentra en un denso núcleo muy pequeño, en cuyo alrededor giran los electrones.

El núcleo del átomo se descubre gracias a los trabajos realizados en la Universidad de Manchester, bajo la dirección de Ernest Rutherford entre los años 1909 a 1911. El experimento utilizado consistía en dirigir un haz de partículas de cierta energía contra una plancha metálica delgada, de las probabilidades que tal barrera desviara la trayectoria de las partículas, se dedujo la distribución de la carga eléctrica al interior de los átomos.

Números atómico y másico La cantidad de protones y de electrones presentes en cada átomo es la misma. Esta cantidad recibe el nombre de número atómico, y se designa por la letra "Z". A la cantidad total de protones más neutrones presentes en un núcleo atómico se le llaman número másico y se designa por la letra "A".

ELEMENTO QUÍMICO

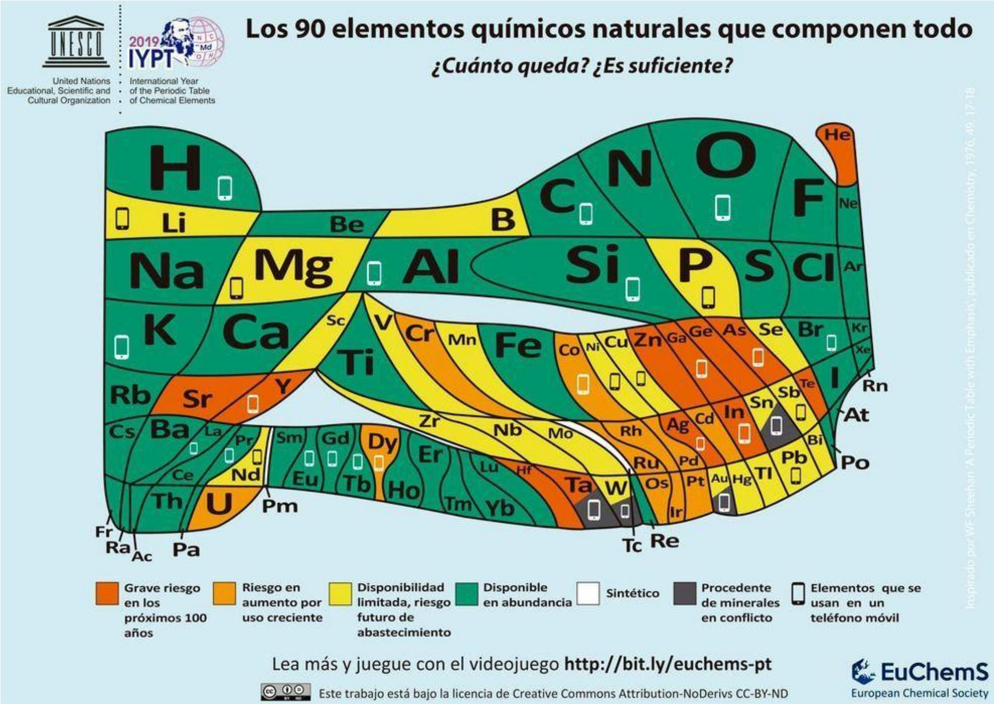
Elemento químico, o solamente elemento, es una sustancia formada por átomos que tienen igual cantidad de protones en el núcleo, este número se conoce como el número atómico del elemento. Los elementos químicos no pueden ser descompuestos, mediante una reacción química, en otros más simples. Estos se representan por símbolos.

Estado natural y abundancia Algunos elementos se han encontrado en la naturaleza y otros obtenidos de manera artificial, formando parte de sustancias simples o de compuestos químicos. Muchos han sido creados artificialmente en los aceleradores de partículas o en reactores atómicos. Estos últimos suelen ser inestables y sólo existen durante milésimas de segundo. A lo largo de la historia del universo se han ido generando la variedad de elementos químicos a partir de nucleosíntesis en varios procesos, fundamentalmente debidos a estrellas.

La abundancia de un elemento químico indica en términos relativos cuán común es, o cuánto existe de dicho elemento comparado con otros elementos químicos. Se puede medir o expresar la abundancia de varias formas, por ejemplo mediante la fracción de masa (igual a la fracción de peso), o fracción molar (fracción de átomos, o a veces fracción de moléculas, en el caso de gases), o en función de la fracción volumétrica. La medida de la fracción volumétrica es una medida de abundancia usual en mezclas de gases tales como atmósferas, que es muy similar a la fracción molar molecular para mezclas de gases ideales (es decir mezclas de gases a densidades y presiones relativamente reducidas).

Por ejemplo, la abundancia expresada como fracción de masa del oxígeno en el agua es aproximadamente 89%, porque esa es la fracción de la masa del agua que es oxígeno. Sin embargo, la abundancia expresada como fracción molar del oxígeno en el agua es de solo el 33% porque solo 1 átomo de cada 3 en el agua es un átomo de oxígeno. En todo el universo, y en las atmósferas de planetas gigantes de gas tales como Júpiter, las abundancia como fracción de masa de hidrógeno y helio son aproximadamente del 74% y 23-25% respectivamente, mientras que las fracciones molares (atómicas) de estos elementos son del 92% y 8%.

Sin embargo, el hidrógeno es diatómico mientras que el helio no lo es en las condiciones existentes en la atmósfera exterior de Júpiter, la fracción molar molecular (fracción de todas las moléculas de gas, o fracción de la atmósfera expresada como volumen) del hidrógeno en la atmósfera exterior de Júpiter es aproximadamente 86%, y del 13% para el caso del helio.



En conmemoración del Año Internacional de la Tabla Periódica 2019, EuChemS ha lanzado una novedosa tabla de elementos químicos que pone de manifiesto el problema de la escasez de alguno de ellos. Con esta acción se pretende alertar del peligro que esto supone y se espera que sirva para concienciar a los políticos, educadores y a la sociedad en su conjunto.

Esta Tabla Periódica se puede descargar sin coste alguno en alta resolución en esta website https://www.euchems.eu/euchems-periodic-table/, que incluirá más adelante detalles sobre el diseño de esta tabla, cuestionarios para estudiantes, etc…

Actividad 22

a.- Por favor lee detenidamente la siguiente información:

LOS 90 ELEMENTOS QUÍMICOS NATURALES QUE COMPONEN TODO.

¿Queda suficiente para mantener el consumo actual?

¿Qué tiene que ver nuestro Smartphone con todo esto?

La Sociedad Europea de Química ha publicado una peculiar tabla periódica en la que se muestran los elementos fuera de su habitual caja cuadrada, siendo reemplazada por espacios curvos con colores y tamaños diferentes de acuerdo a la cantidad disponible de dichos elementos en el planeta, y el panorama que podrían enfrentarse muchos de ellos en el futuro, es decir, elementos que se encuentran en —peligro debido a su sobre-explotación. Particularmente, los autores de esta innovadora tabla marcaron los 31 elementos químicos que son utilizados en la fabricación de smartphones. El vicepresidente de la Sociedad, David Cole Hamilton, alertó que de esos 31 elementos, más de la mitad se encuentran amenazados, principalmente debido a su creciente escasez como consecuencia de los altos niveles de consumo. Solo en la Unión Europea, cerca de 10 millones de celulares son desechados cada mes, muchos de ellos no son propiamente reciclados, problema que se intensifica debido al ciclo de consumo que se mantiene en cambiar de dispositivo cada dos años, referente a esto, Hamilton señala que se puede mejorar significativamente la situación si cambiáramos de dispositivo menos seguido o reparándolos en lugar de reemplazarlos por completo cuando presentan una falla.

La tabla contiene 90 de los 92 elementos que están presentes en la naturaleza (se excluyó el Tecnecio y el Prometio debido a su excepcional escasez). Los marcados con color verde abundan en el ambiente, mientras que los amarillos tienen una disponibilidad limitada; los naranjas son elementos en riesgo derivado del creciente aumento en su utilización, y los rojos son elementos que podrían estar en grave riesgo en los próximos 100 años. Además del código de color, el diseño presentado muestra los elementos que son utilizados en la fabricación de dispositivos móviles.

La tabla también muestra algunos marcados en gris, tales como el estaño, tántalo, tungsteno y oro, estos se tratan de elementos que provienen de zonas de conflicto donde hay enfrentamientos por el acceso a estos elementos, llamados —minerales de sangre.

Este año se cumplen 150 años de la primera publicación de la tabla periódica hecha por el químico ruso DmitriMendeleev, por lo que estableció este año como el —Año Internacional de la Tabla

Periódica‖. El diseño de la Sociedad Europea de Química es un llamado de atención que alerta sobre la importancia de la ética y la sostenibilidad en el uso de los elementos que forman todo en nuestro planeta, no solo por la escasez que podría disparar de forma repentina los costos de los productos que utilizamos día a día, sino también la protección de las fuentes provenientes de estos minerales y la gente que trabaja en ellas.

b.- Nombra y escribe los elementos que se utilizan en la elaboración de un móvil y su correspondiente símbolo, con la ayuda de la Tabla Periódica de los Elementos Químicos.

-Abundancia de los elementos en el cuerpo humano En proporción de masa las células del cuerpo humano consisten en un 65 al 90 % de agua (H_2O), y una proporción muy importante está compuesto de moléculas orgánicas a base de carbono. Por lo tanto el oxígeno representa la mayor parte de la masa del cuerpo humano, seguido por el carbono. El 99 % de la masa del cuerpo humano está formada por seis elementos: oxígeno, carbono, hidrógeno, nitrógeno, calcio, y fósforo. El contenido de los elementos aluminio y silicio aunque muy abundantes sobre la tierra es notoriamente bajo en el cuerpo humano.

El ABC de la TABLA PERIÓDICA

La Tabla Periódica de los Elementos Químicos es un registro en el que los elementos químicos aparecen ordenados según su número atómico (número de protones) en una disposición que reúne por columnas a aquellos elementos con características similares. A mediados del siglo XIX ya se conocían en el ámbito científico 63 elementos químicos, pero los científicos no se ponían de acuerdo sobre su terminología ni sobre cómo ordenarlos.

Lo que está claro es que la Tabla Periódica es una herramienta fundamental de la Ciencia que nos ofrece un catálogo de la materia fácilmente comprensible, mediante una estructura ordenada de los elementos químicos conocidos, y de gran utilidad desde el punto de vista científico y pedagógico.

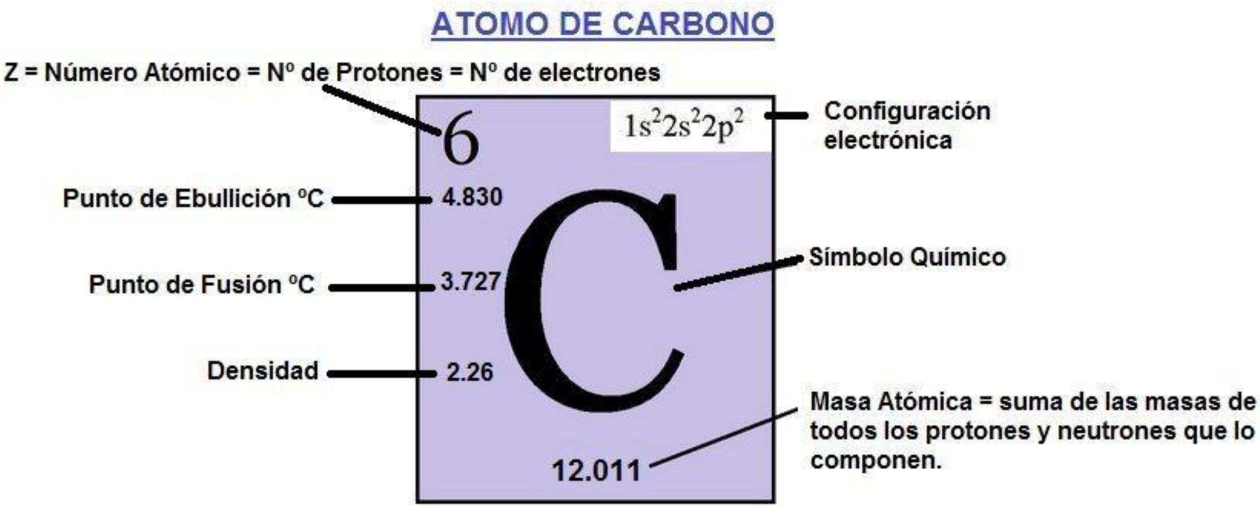
¿Cómo se estructura la Tabla Periódica?

Los 118 elementos que forman la Tabla Periódica actual se distribuyen en columnas (denominadas —grupo o —familia) y filas (denominadas —periodos) y están divididos en tres grandes categorías: Metales, Metaloides y No Metales. La distribución de los elementos en la tabla periódica viene determinada por el número atómico y por su configuración electrónica (número de electrones en su capa más externa). Esta distribución guarda un esquema coherente que facilita la comprensión y ordenación de los elementos en la tabla. Existen 18 grupos en la tabla y los elementos incluidos en cada uno de los grupos comparten la configuración electrónica, lo que determina sus propiedades físicas y químicas. El periodo en el que se encuentran determina el número de capas de electrones que poseen.

¿Cómo se clasifica un elemento químico?

Se representan en la tabla con un símbolo único, acompañado de un número que especifica el número de protones que contiene su átomo y se denomina —número atómico (Z); y un —número másico (A), que se refiere a la suma de protones y de neutrones que existe en el núcleo del átomo en cuestión. Los neutrones sirven como una especie de pegamento que ayuda a mantener juntos a los protones. Sin ellos, la carga positiva apartaría a unos de los otros. Cuando un átomo tiene el mismo número atómico que otro, es decir, contiene el mismo número de protones, pero diferente número de neutrones, recibe el nombre de —isótopo. También existe una peculiaridad en el núcleo de átomos muy pesados, como el uranio, ya que están tan llenos de protones que se repelen entre ellos. Este tipo de átomos pasan por una

—desintegración radioactiva‖, es decir, emiten partículas y energía



¿Dónde están los elementos en nuestra vida diaria?

Los elementos químicos forman parte de nuestra vida diaria. Los podemos encontrar en todo lo que nos rodea, incluso en nosotros mismos, y es fascinante hacer el ejercicio de identificarlos. Así descubrimos que el Potasio se encuentra en frutas y verduras, el Bario se utiliza en la radiología, el Itrio se utiliza en los láseres, el Vanadio en los muelles, el Osmio en los bolígrafos, el Paladio en los sistemas de control de la contaminación, el ¿Dónde están los elementos en nuestra vida diaria? Aluminio en aviones, el Indio en las pantallas de cristal líquido, el Flúor en la pasta de dientes o el Radón en los implantes quirúrgicos. Salvo los elementos superpesados que no se encuentran en la naturaleza, todos los demás elementos tienen usos cotidianos que, incluso sin ser conscientes de ello, forman parte de nuestra vida habitual.

Actividad 23

Guía de ejercicios

1) Indicar los símbolos de los siguientes elementos:

a) Calcio b) Neón c) Aluminio d) Mercurio

e) Oro f) Plata g) Níquel h) Radio i) Fósforo

j) Nitrógeno k) Azufre l) Potasio m) Magnesio n) Litio

o) Arsénico p) Bromo q) Cinc r) Hierro s) Cloro

t) Estaño u) Helio

2) Dados los siguientes símbolos, indicar el nombre del elemento que representan:

a) Li b) Be c) Mg d) O e) Zn f) S

g) F h) Pb i) Ca j) B k) Al l) Si

m) Sr n) Mn o) C p) Na q) Cr r) H

Indicar cuántos protones, neutrones y electrones tiene cada uno de los siguientes átomos:

59 Ni^{28} 75 AS^{33} 52 Cr^{24} 80 Br^{35}

7 N^{14} 7 N^{15} 6 C^{12} 6 C^{14}

Completar la siguiente tabla:

Elemento	Z	A	Protones	Neutrones	Electrones
Cl	17	35			
B		11	5		

Ne		20		10	
Mo				54	42
Bi		209		126	
Cs	55	133			
P				16	15
Co			27	31	
Mg		24	12		

Un elemento tiene A = 80, puede poseer por lo tanto (marcar con una X):

a) 80 protones y 35 neutrones.

b) 115 protones y 80 neutrones.

c) 35 protones y 45 neutrones.

d) 45 protones y 35 neutrones.

Reacciones Químicas

Las reacciones químicas suceden cuando se rompen o se forman enlaces químicos entre los átomos. Se produce una reacción química cuando los átomos de los reactivos se reordenan y combinan para dar productos con propiedades diferentes a los reactivos. Las sustancias que participan en una reacción química se conocen como los reactivos, y las sustancias que se producen al final de la reacción se conocen como los productos. Se dibuja una flecha entre los reactivos y los productos para indicar la dirección de la reacción química, aunque una reacción química no siempre es una "vía de un solo sentido", como veremos más adelante en la siguiente sección.
Por ejemplo, la reacción de descomposición del peróxido de hidrógeno

$$2\,H_2O_2 \longrightarrow O_2 + 2\,H_2O$$

En este ejemplo, el peróxido de hidrógeno es nuestro reactivo, y se descompone en agua y oxígeno, nuestros productos. Los átomos que comenzaron en las moléculas de peróxido de hidrógeno se reacomodaron para formar moléculas de agua y O oxígeno.

Tal vez hayas notado los números adicionales en la reacción química anterior: el 2 en frente del peróxido de hidrógeno y el agua. Estos números se llaman coeficientes y nos dicen cuánto de cada molécula participa en la reacción. Se deben incluir con el fin de que nuestra ecuación esté balanceada, es decir que el número de átomos de cada elemento sea igual en los dos lados de la ecuación.

Las ecuaciones deben estar balanceadas para reflejar la ley de la conservación de la materia, que dice que no se crean ni se destruyen átomos durante el curso de una reacción química normal.

Reacciones reversibles y equilibrio de la reacción

Algunas reacciones químicas simplemente ocurren en una dirección hasta que los reactivos se terminan. Estas reacciones se conocen como irreversibles. Sin embargo, otras reacciones se clasifican como reversibles. Las reacciones reversibles suceden en dirección hacia adelante y hacia atrás.

En una reacción reversible, los reactivos se convierten en productos, pero también los productos se convierten en reactivos. De hecho, tanto la reacción hacia adelante como la opuesta suceden al mismo tiempo. Este ir y venir continúa hasta llegar a un equilibrio relativo entre reactivos y productos, un estado que se conoce como equilibrio. En él, las reacciones hacia adelante y hacia atrás siguen sucediendo, pero las concentraciones relativas de los productos y reactivos dejan de cambiar.

Cada reacción tiene su punto de equilibrio característico, que podemos describir con un número llamado la constante de equilibrio.

Cuando una reacción se clasifica como reversible, generalmente se escribe con una pareja de flechas hacia adelante y hacia atrás que muestran que puede darse en ambos sentidos.

Por ejemplo, en la sangre humana el exceso de iones hidrógeno

1) $CO_2 + H_2O \longleftrightarrow H_2CO_3$ entre el CO_2 gaseoso disuelto en la sangre y el ácido carbónico formado en la reacción.

2) $H_2CO_3 \longleftrightarrow H^+ + HCO3^-$ Entre el ácido carbónico y el bicarbonato formado en la disociación del ácido.

Dado que esta es una reacción reversible, si se agregara ácido carbónico al sistema, algo de este se convertiría en iones bicarbonato e hidrógeno para restaurar el equilibrio. De hecho, este sistema de amortiguamiento juega un papel clave en mantener estable y sano el pH de tu sangre.